

Nom:..... Prénom:..... Classe:..... Date:

La diffraction des ondes: mesure du diamètre d'un cheveu

✔ Objectifs	👤 Classe
<input type="checkbox"/> Diffraction d'une onde par une ouverture : conditions d'observation et caractéristiques. Angle caractéristique de diffraction. <input type="checkbox"/> Caractériser le phénomène de diffraction dans des situations variées et en citer des conséquences concrètes. <input type="checkbox"/> Exploiter la relation exprimant l'angle caractéristique de diffraction en fonction de la longueur d'onde et de la taille de l'ouverture. <input type="checkbox"/> Illustrer et caractériser qualitativement le phénomène de diffraction dans des situations variées. <input type="checkbox"/> Exploiter la relation donnant l'angle caractéristique de diffraction dans le cas d'une onde lumineuse diffractée par une fente rectangulaire en utilisant éventuellement un logiciel de traitement d'image.	Terminale Spé
	🕒 Durée
	2 h

✂ Sur la paillasse

- Un ordinateur connecté à internet ;
- Un pointeur laser ;
- Un écran sur pied munis de papier millimétré ;
- Des fils de diamètres différents ;
- Un double décimètre et un mètre ruban ;
- Trois supports et pinces.

Le but de cette activité est de déterminer le diamètre d'un fil inconnu (ou d'un cheveu !) à l'aide du phénomène de diffraction ¹.

1 Découverte du phénomène de diffraction

1.1 Mise en évidence du phénomène



Rendez-vous sur cette simulation https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-interference/latest/wave-interference_en.html.

Ouvrir l'animation "SLITS" et modifier librement les paramètres en ne gardant qu'une seule fente.

- Comment se manifeste le phénomène de diffraction ? Quels paramètres ont une influence sur l'intensité du phénomène ?

Solution: Le phénomène de diffraction correspond au contournement d'un obstacle par une onde. L'onde diffractée a la même fréquence et la même longueur d'onde que l'onde incidente.

Les paramètres qui influent sur l'intensité du phénomène sont la taille de l'ouverture et la longueur d'onde de l'onde incidente.

1. Travail basé en partie sur les documents du lycée Berthelot

2. Expliquer comment se manifeste le phénomène de diffraction dans le cas de la baie du port de San Martinho do Porto. Connaissez-vous d'autres exemples de ce phénomène ?

Solution: Dans le cas du port de San Martinho do Porto, le phénomène se manifeste par le passage d'une onde plane à celui d'une onde circulaire après l'ouverture.

Des exemples de diffraction peuvent être :

- Une porte presque fermée laisse passer un niveau d'intensité sonore important grâce au phénomène de diffraction ;
- Les ondes radio, qui font partie du spectre électromagnétique, peuvent également être diffractées par des obstacles tels que des bâtiments et des montagnes. Cela peut affecter la qualité de réception du signal radio.

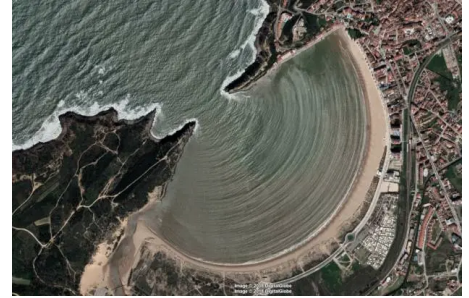


FIGURE 1 – Baie de San Martinho do Porto.

Document 1: Précautions avec la manipulation de lasers

On dispose d'une source laser. Elle produit un faisceau lumineux très directif et de forte puissance lumineuse susceptible d'altérer la rétine de manière irréversible. Il ne faut jamais regarder directement le faisceau de lumière d'un laser ni placer sur son trajet des objets réfléchissants (montre, bagues, règle métallique...).

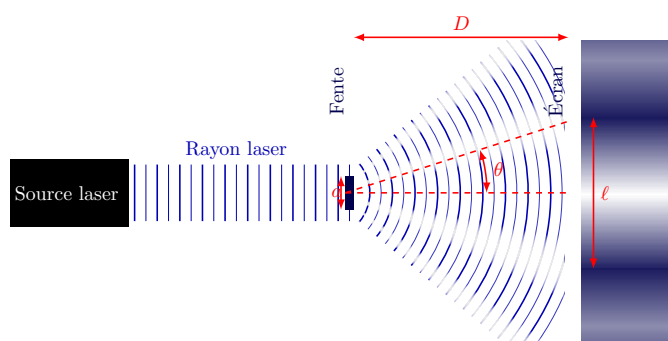

Document 2: Montage permettant d'observer la diffraction par une fente fine


FIGURE 2 – Un rayon laser est projeté en direction d'un fil de largeur a . Ce fil joue un rôle similaire à la fente (ouverture) de l'expérience de la première partie. La figure de diffraction s'observe sur l'écran situé à une distance D du fil. La largeur de la tâche centrale est notée ℓ .

Document 3: Angle caractéristique de diffraction

L'élargissement du faisceau à la traversée du fil, responsable de l'apparition d'une tâche centrale, est caractérisé par un angle, appelé écart angulaire et noté θ . Cet angle dépend à la fois de la taille du fil (largeur

a) et de la longueur d'onde λ de la lumière :

$$\theta = \frac{\lambda}{a} \quad (1)$$

avec θ en radians, λ et a en mètres.

1.2 Travail expérimental



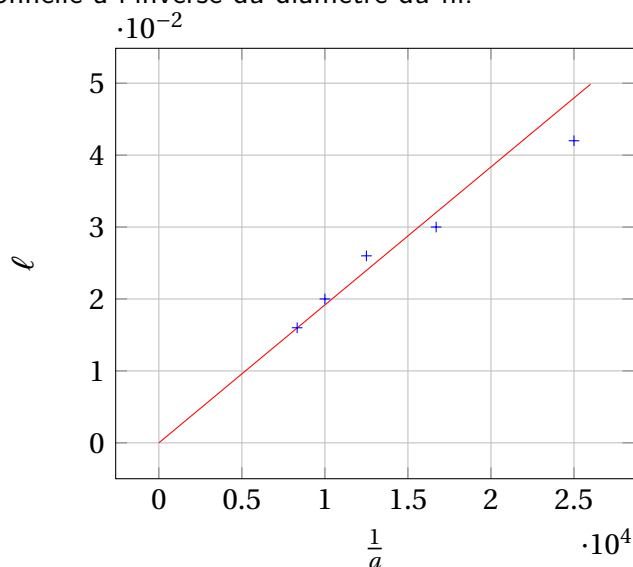
Protocole expérimental

- Mettre en place le dispositif expérimental décrit dans le document 2 avec un laser produisant une lumière monochromatique rouge, en plaçant une fente de largeur a dans le dispositif. La distance fil-écran sera réglée à 1,500 m.
- Pour les différents fils à votre disposition, mesurer la largeur ℓ de la tâche centrale obtenue, comme indiqué sur le document 2, et compléter le tableau ci-dessous :

Diamètre du fil en μm	40	60	80	100	120
Longueur de la tâche centrale ℓ en cm	4,2	3,0	2,6	2,0	1,6

3. Montrer, à l'aide du tracé d'une courbe, que la largeur ℓ de la tâche centrale est proportionnelle à l'inverse du diamètre a du fil.

Solution: On trace la courbe $\ell = f\left(\frac{1}{a}\right)$. On obtient une droite donc la largeur de la tâche centrale est proportionnelle à l'inverse du diamètre du fil.



4. Modéliser la courbe obtenue et noter la valeur du coefficient directeur (que l'on notera k).

Solution: On obtient l'équation suivante : $\ell = k \times \frac{1}{a} = 1,92 \times 10^{-6} \times \frac{1}{a}$. Donc $k = 1,92 \times 10^{-6} \text{ m}^2$.

1.3 Travail théorique

5. Démontrer que l'angle caractéristique de la diffraction θ peut être exprimé en fonction des distances caractéristiques de l'expérience ℓ (largeur de la tache centrale) et D (distance fente-écran).

On utilisera l'approximation des petits angles, selon laquelle $\tan(\theta) \approx \theta$, avec l'angle exprimé en radians.

Solution: On sait que $\tan(\theta) = \frac{\ell/2}{D} = \frac{\ell}{2D}$. Or, dans l'approximation des petits angles $\tan(\theta) \approx \theta$ donc $\theta = \frac{\ell}{2D}$.

6. En déduire de la question précédente que la largeur ℓ de la tache centrale est donnée par la relation $\ell = \frac{2\lambda D}{a}$.

Solution: On peut écrire $\theta = \frac{\ell}{2D}$ et $\theta = \frac{\lambda}{a}$. Finalement,

$$\frac{\ell}{2D} = \frac{\lambda}{a} \iff \ell = \frac{2\lambda D}{a}$$

1.4 Exploitation et conclusion

7. Déterminer, à l'aide des questions précédentes, la valeur de la longueur d'onde λ du laser utilisé.

Remarque : vous devez utiliser la valeur de k et il ne faut pas calculer λ à l'aide d'un couple de valeurs (a, ℓ) .

Solution: $\ell = k \times \frac{1}{a}$ donc par identification avec la question précédente, $k = 2\lambda D$ donc finalement :

$$\lambda = \frac{k}{2D} = \frac{1,92 \times 10^{-6} \text{ m}^2}{2 \times 1,500 \text{ m}} = 640 \times 10^{-9} \text{ m} = 640 \text{ nm}$$

ce qui correspond à une couleur entre le orange et le rouge.

2 Mesure du diamètre d'un cheveu

Document 4: Incertitude-type sur la mesure de la largeur a d'un fil

L'incertitude-type $u(d)$ sur la détermination du diamètre d d'un fil cylindrique est donnée par :

$$\frac{u(d)}{d} = \sqrt{\left(\frac{u(\lambda)}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{u(D)}{D}\right)^2 + \left(\frac{u(\ell)}{\ell}\right)^2} \quad (2)$$

L'incertitude-type associée à la mesure d'une distance X utilisant un instrument gradué est donnée par :

$$u(X) = \frac{1 \text{ graduation}}{\sqrt{12}} \quad (3)$$

Si on utilise un instrument gradué mais que le repérage est double comme pour le cas d'une règle, alors on utilise

$$u(X) = \frac{1 \text{ graduation}}{\sqrt{6}} \quad (4)$$

Le constructeur du laser donne $\lambda = 650 \pm 10 \text{ nm}$.

8. Proposer un protocole permettant par une mesure unique de déterminer le diamètre d du fil inconnu (cheveu).
Le réaliser.

Solution:

- On remplace les fils par un cheveu de diamètre inconnu ;
- On mesure la largeur de la tâche centrale ;
- Grâce à la relation $\ell = \frac{2\lambda D}{d}$, on calcule d le diamètre du cheveu.

On mesure $\ell = 1,9 \text{ cm}$. On a donc $d = \frac{2\lambda D}{\ell} = \frac{2 \times 650 \times 10^{-9} \text{ m} \times 1,50 \text{ m}}{1,9 \times 10^{-2} \text{ m}} = 1,0 \times 10^{-4} \text{ m} = 100 \mu\text{m}$.

Le cheveu mesure $100 \mu\text{m}$.

9. Calculer à l'aide du document 4 l'incertitude-type associée à la mesure et conclure à l'aide du z-score. Un cheveu a un diamètre compris entre $40\ \mu\text{m}$ et $100\ \mu\text{m}$. On prendra comme valeur théorique la moyenne de la taille d'un cheveu.

Solution:

$$\begin{aligned} \frac{u(d)}{d} &= \sqrt{\left(\frac{u(\lambda)}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{u(D)}{D}\right)^2 + \left(\frac{u(\ell)}{\ell}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{10\ \text{nm}}{650\ \text{nm}}\right)^2 + \left(\frac{1 \times 10^{-3}\ \text{m}}{\sqrt{6} \cdot 1,5\ \text{m}}\right)^2 + \left(\frac{1 \times 10^{-3}\ \text{m}}{\sqrt{6} \cdot 1,9 \times 10^{-2}\ \text{m}}\right)^2} = 2,6\% \end{aligned}$$

On a donc $d = 100 \pm 3\ \mu\text{m}$ (valeur arrondie au bon nombre de chiffres significatifs). Le z-score donne

$$z = \frac{|d_{ref} - d_{exp}|}{u(d)} = \frac{|70\ \mu\text{m} - 100\ \mu\text{m}|}{3\ \mu\text{m}} = 10$$

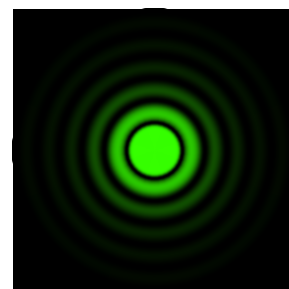
Par rapport à la moyenne des diamètres des cheveux, la mesure donne $z > 2$ donc elle n'est pas compatible. Cependant, on peut s'apercevoir que si la valeur de référence est plus de la borne supérieure ($100\ \mu\text{m}$) alors le z-score chuterait drastiquement.

3 Compléments pour les élèves rapides : granulométrie

Document 5: Diffraction par une ouverture circulaire ou un objet sphérique

Dans le cas où la diffraction se fait à travers un trou de diamètre a à la place de la fente, on obtient la figure de diffraction ci-contre, et la tache centrale de la figure de diffraction, appelée tache d'Airy, a pour diamètre d_{Airy} . L'angle caractéristique de diffraction est alors donné par la relation

$$\theta = 1,22 \frac{\lambda}{a} \quad (5)$$



10. Déterminer le diamètre d des grains de lycopode présentés dans la vidéo ci-contre et comparer avec la valeur donnée à la fin de la vidéo.



Solution: Les grandeurs caractéristiques du problème sont :

- $D = 50\ \text{cm}$;
- $\lambda = 532\ \text{nm}$;
- $d_{Airy} = 2,0\ \text{cm}$.

On a pour équation cette fois-ci :

$$\frac{d_{Airy}}{2D} = 1,22 \frac{\lambda}{a} \iff d_{Airy} = 1,22 \frac{2\lambda D}{a}$$

$$\text{Donc } a = 1,22 \frac{2\lambda D}{d_{Airy}} = 1,22 \frac{2 \times 532 \times 10^{-9} \text{ m} \times 0,50 \text{ m}}{2,0 \times 10^{-2} \text{ m}} = 3,2 \times 10^{-5} \text{ m} = 32 \times 10^{-6} \text{ m} = 32 \mu\text{m}$$

ce qui est très proche de la valeur donnée à la fin de la vidéo (35 μm).