Nom:............................ Prénom:............................ Classe:.................... Date: ....

Étude des transferts thermiques lors de la préparation d'un café

Objectifs	Classe
☐ Loi phénoménologique de Newton, modélisation de l'évolution de la température d'un système au contact d'un thermostat. ☐ *Suivre et modéliser l'évolution de la température d'un système incompressible.*	Terminale Spé **Durée** 2 h

Sur la paillasse

- 2 multimètres,
- Source de tension/courant 0 à 5 A,
- Calorimètre à vase de Dewar avec résistance de 2 Ω,
- Thermomètre numérique,
- Bécher de 200 mL,
- Balance de précision (capacité minimale de 600 g),
- Chronomètre,
- Une éprouvette graduée de 50 mL,
- Bouilloire,
- 3 câbles rouges et 3 noirs (longueur intermédiaire et grands).

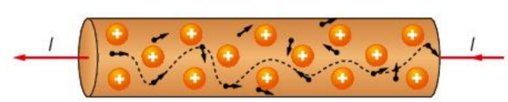
Au fond de la salle: deux bouilloires.

On s'intéresse dans ce TP au processus d'élaboration du café (chauffage de l'eau) puis au processus de refroidissement du café dans la tasse du professeur. Votre professeur s'excuse par ailleurs pour les tâches de cafés laissées sur les copies.

1 Chauffage de l'eau

Document 1: Puissance et énergie

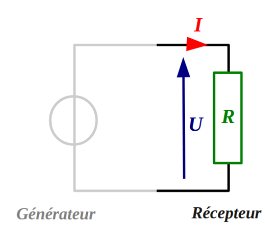
Dans un matériau conducteur, le courant électrique est dû à un déplacement d'électrons, petites particules chargées négativement se trouvant en périphérie des atomes et donc peu liés à ceux-ci.



Lorsqu'on applique une tension aux bornes du matériau, les électrons se mettent en mouvement de la borne négative du générateur à sa borne positive. Ces électrons peuvent se déplacer plus ou moins facilement selon la nature du matériau. Quasiment tous les matériaux offrent une résistance au courant. Plus la résistance d'un matériau est importante, plus les électrons qui constituent le courant ont du "mal" à circuler, ce qui provoque un échauffement du matériau. Ce phénomène s'appelle l'effet Joule. Cet effet peut être avantageux mais il est, le plus souvent, gênant car il peut entraîner une perte d'énergie importante.

Dans un circuit électrique, tel que celui ci-contre, la puissance P est l'énergie consommée par le dipôle pendant 1 seconde. Les trois grandeurs P, I, et U sont liées par la relation:

$$P = U \times I \quad (1)$$



avec P en watts, U en volts et I en ampères.

L'énergie E consommée par un dipôle pendant une durée Δt s'exprime en fonction de la puissance P consommée par:

$$E = P \times \Delta t \quad (2)$$

avec E en joules, P en watts et Δt en secondes. Dans le cas où le récepteur est un résistor de résistance R, on rappelle que la loi d'Ohm s'exprime selon:

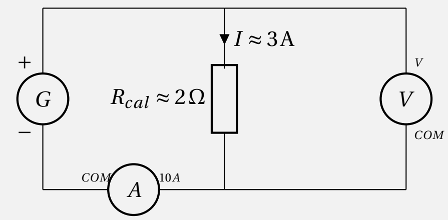
$$U = R \times I \quad (3)$$

avec U en volts, R en ohms et I en ampères.

1.1 Protocole expérimental

Montage expérimental

On mesure la masse m d'eau, la tension U aux bornes de la résistance, l'intensité du courant I parcourant la résistance, la variation de température $\Delta\theta$ et la durée du chauffage Δt pour calculer les énergies électriques et énergies thermiques.



Étapes à suivre

- ☐ Placer une masse m (mesurée précisément) d'eau dans le calorimètre (ordre de grandeur : 400 grammes).
- ☐ Installer le thermomètre, la résistance chauffante, l'agitateur et vérifier que le thermomètre est plongé dans l'eau et que l'équilibre thermique est atteint (la température est stable).
- ☐ Relier la résistance chauffante au générateur, qui doit rester éteint, placer le voltmètre de manière à mesurer la tension aux bornes de la résistance. Placer en série un ampèremètre de manière à pouvoir mesurer l'intensité du courant.
- ☐ Préparer le chronomètre et le tableau de prise de mesure (température, temps).

Appel 1	Appeler le professeur pour lui présenter votre circuit électrique.

- Après mise en route du générateur et réglage du courant à $3\,\mathrm{A}$, relevez régulièrement le temps et la température (afin d'avoir un changement final de température d'au moins $10\,^\circ\mathrm{C}$). Vérifier que la tension et le courant d'alimentation ne bougent pas. **Agiter calmement, régulièrement et constamment l'eau pour homogénéiser la température dans le calorimètre.**

1.2 Exploitation des résultats

1. Écrire l'expression de la variation d'énergie interne de l'eau entre $t = 0$ et t en fonction de θ_0 et $\theta(t)$.

Solution: Pour un fluide incompressible, on a $\Delta U = mc\Delta\theta = mc(\theta(t) - \theta_0)$.

Cette variation de U est obtenue par transfert thermique entre la résistance chauffante de la bouilloire et l'eau.

2. Si on suppose que la résistance chauffante convertit sans pertes le travail électrique qu'elle reçoit en chaleur, montrer que

$$\theta(t) = \frac{RI^2 \times \Delta t}{m \times c} + \theta_0 \tag{4}$$

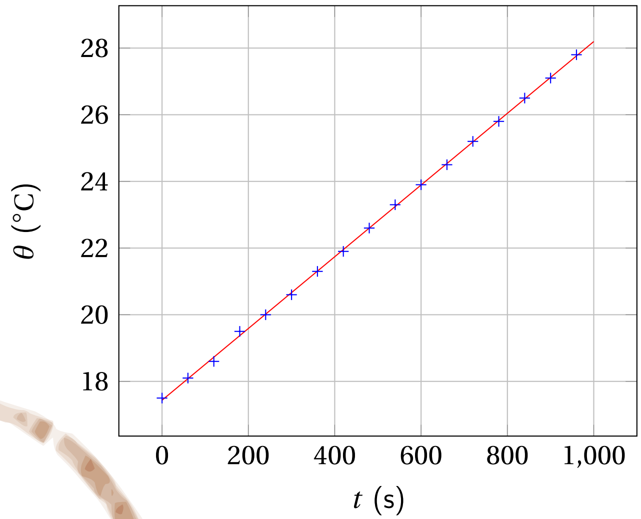
Solution: D'après le 1er principe de la thermodynamique, pour un système fermé et au repos macroscopiquement,

$$\Delta U = W + Q \tag{5}$$

Or, le calorimètre étant isolé, il n'y as pas de transfert thermique avec l'extérieur donc $Q = 0$. En revanche, de l'énergie est apportée par travail électrique à travers une résistance électrique selon $W_{élec} = P \times \Delta t = U \times I \times \Delta t$. Or d'après la loi d'Ohm $U = RI$ donc finalement $W_{élec} = RI^2\Delta t$. On a donc:

$$\Delta U = W \iff mc\Delta\theta = mc(\theta(t) - \theta_0) = RI^2\Delta t \iff \theta(t) = \frac{RI^2 \times \Delta t}{m \times c} + \theta_0 \tag{6}$$

3. Tracer un graphique $\theta = f(t)$ et en déduire une estimation de la capacité thermique massique de l'eau. Dans la formule précédente, utiliser comme expression de la puissance $P = U \times I$ et non pas $R \times I^2$.

> **Solution:**
>
> 
>
>
> On peut estimer l valeur de c_{eau} en modélisant la courbe obtenue par une fonction affine. On obtient pour valeur du coefficient directeur $k = 1{,}08 \times 10^{-2}\,°\mathrm{C}\cdot\mathrm{s}^{-1}$. Or le coefficient directeur k de la droite est donc $k = \frac{RI^2}{mc}$ donc $m = \frac{RI^2}{mk} = \frac{7{,}39\,\mathrm{V}\times(3{,}00\,\mathrm{A})}{0{,}417\,\mathrm{kg}\times 1{,}08\times10^{-2}\,°\mathrm{C}\cdot\mathrm{s}^{-1}} = 4{,}39 \times 10^3\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{kg}^{-1}\cdot°\mathrm{C}^{-1}$

4. Comparer à la valeur attendue de $4{,}2\,\mathrm{kJ}\cdot\mathrm{kg}^{-1}\cdot°\mathrm{C}^{-1}$ et expliquer l'origine de l'écart observé.

> **Solution:** La différence, environ $200\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{kg}^{-1}\cdot°\mathrm{C}^{-1}$, soit environ 5% d'écart peut être dû au fait que nous n'avons pas pris en compte la capacité thermique du calorimètre dans nos calculs.

2 Refroidissement du café

On cherche à déterminer à partir de quand votre professeur pourra boire le café. Pour cela, la température du café doit être de

Protocole expérimental

- ☐ Remplir une éprouvette graduée de 50 mL d'eau très chaude à l'aide d'une bouilloire tout en mesurant sa masse.
- ☐ Préparer le chronomètre et le tableau de prise de mesure (température, temps).
- ☐ Installer le thermomètre dans l'éprouvette (attention qu'il n'y ait pas trop d'eau ce qui pourrait le submerger !) et attendre avant de lancer le chronomètre quelques secondes, le temps que celui-ci atteigne un maximum de température.
- ☐ Lancer le chronomètre et relever la température toutes les minutes pendant 15 minutes.
- ☐ Tracer la courbe $\theta = f(t)$ dans un tableur.

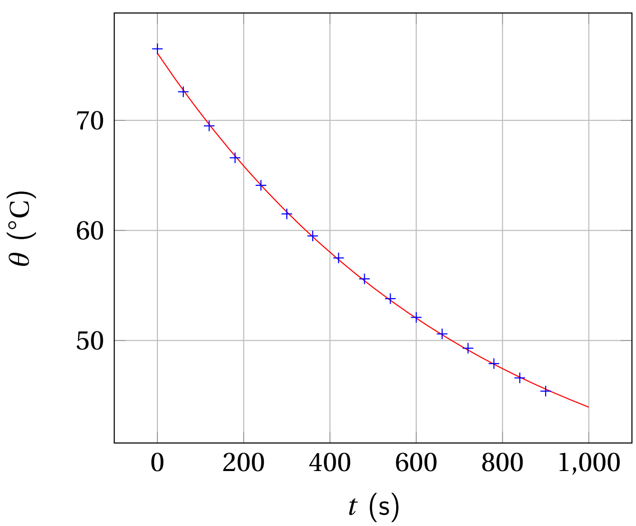
Si la température suit la loi de refroidissement de Newton, on devrait pouvoir modéliser sa variation par une fonction de la forme :

$$\theta(t) = ae^{-\frac{t}{\tau}} + b \tag{7}$$

5. Réaliser le protocole ci-dessus puis donner les valeurs de a, b et τ.

> **Solution:** $a = 43{,}5\,°\mathrm{C}$
> $b = 32{,}6\,°\mathrm{C}$
> $\tau = 744\,\mathrm{s}$

6. D'après ce modèle, quelle serait la température dans le laboratoire le jour ? Vérifier grâce au thermomètre sur le mur.

> **Solution:**
>
> 
>
>
> On peut déterminer la température du laboratoire en s'intéressant au régime permanent du modèle précédent soit en regardant
>
> $$\lim_{t\to\infty}\theta(t) = \lim_{t\to\infty} ae^{-\frac{t}{\tau}} + b = b = 32{,}6\,°\mathrm{C}$$
>
> .

7. Ce résultat vous paraît-il plausible ? Si non, comment expliquez-vous la bonne adéquation du modèle aux mesures expérimentales et son échec à prédire la température atteinte à l'équilibre thermique ?

> **Solution:** Ce résultat n'est pas plausible car la température du laboratoire est de l'ordre de $18\,°\mathrm{C}$. On explique la différence par le fait que le modèle ne prenne pas en compte la conduction thermique dans le verre, l'évaporation de l'eau dans l'éprouvette ou le fait que la température dans le verre ne soit pas homogène.

Le problème étudié est valide si la température suit la loi phénoménologique de Newton. On se propose de retrouver par la théorie la fonction de l'équation 7.

8. Quel est le système étudié ? Le caractériser.

> **Solution:** Le système étudié est l'ensemble {eau+éprouvette} qui représente un système fermé (mais non isolé).

9. Quel est le thermostat ?

> **Solution:** Le thermostat est l'air.

On rappelle que la loi phénoménologique de Newton donne:

$$\Phi(t) = hS(\theta_e - \theta) \tag{8}$$

10. Montrer que le problème peut être modélisé par l'équation différentielle suivante:

$$\frac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{hS}{C}\theta(t) = \frac{hS}{C}\theta_e \tag{9}$$

> **Solution:** Le flux thermique est défini par
>
> $$\Phi(t) = \frac{Q}{\Delta t} = hS(\theta_e - \theta) \tag{10}$$
>
> Or pour un fluide incompressible
>
> $$\Delta U = C(\theta(t+\Delta t) - \theta(t)) \tag{11}$$
>
> et d'après le premier principe de la thermodynamique pour un système fermé au repos macroscopiquement:
>
> $$\Delta U = W + Q = Q \tag{12}$$
>
> Ici, il n'y a pas de travail, seuls les transferts thermiques entre le système et l'extérieur existent. On a donc
>
> $$Q = C(\theta(t+\Delta t) - \theta(t)) \tag{13}$$
>
> donc finalement si on remplace dans la première équation:
>
> $$\frac{C(\theta(t+\Delta t) - \theta(t))}{\Delta t} = hS(\theta_e - \theta(t)) \tag{14}$$
>
> Et si on prend la limite quand Δt tend vers 0:
>
> $$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{C(\theta(t+\Delta t) - \theta(t))}{\Delta t} = C\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} \tag{15}$$
>
> donc
>
> $$C\frac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t} = hS(\theta_e - \theta(t)) \tag{16}$$
>
> et
>
> $$\boxed{\frac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{hS}{C}\theta(t) = \frac{hS}{C}\theta_e} \tag{17}$$

11. Résoudre l'équation différentielle précédente et exprimer les paramètre a, b et τ en fonction de h, S, C et θ_e.

Solution: Solution de l'équation homogène: $\theta_h(t) = ae^{-\frac{hS}{C}t}$
Solution particulière: $\theta_p(t) = \theta_e$
La solution de l'équation différentielle est donc:

$$\theta(t) = \theta_h(t) + \theta_p(t) = ae^{-\frac{hS}{C}t} + \theta_e \tag{18}$$

Or, à $t = 0$, on avait $\theta(t = 0) = a + \theta_e = \theta_0$ donc $a = \theta_0 - \theta_e$. On a donc finalement:

$$\theta(t) = (\theta_0 - \theta_e)\, e^{-\frac{hS}{C}t} + \theta_e \tag{19}$$

On identifie: $a = \theta_0 - \theta_e$
$b = \theta_e$
$\tau = \frac{C}{hS}$.

12. Estimer la valeur de h.

Solution: On a déterminer $\tau = 744\,\mathrm{s}$. Or $h = \frac{C}{\tau S}$. Il faut donc estimer la surface S d'échange, correspondant à la surface des parois de l'éprouvette graduée: $S = 2\pi R l$ avec R le rayon de l'éprouvette et l sa hauteur.

$$h = \frac{mc}{\tau S} = \frac{55{,}5 \times 10^{-3}\,\mathrm{g} \times 4{,}2 \times 10^{3}\,\mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot {}^\circ C^{-1}}}{744\,\mathrm{s} \times 2 \times \pi \times 2{,}5 \times 10^{-2}\,\mathrm{m} \times 15 \times 10^{-2}\,\mathrm{m}} = 13\,\mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot {}^\circ C^{-1}} \tag{20}$$

13. La valeur de h pour l'air est comprise entre 5 et $25\,\mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}}$. L'ordre de grandeur de l'estimation est-il correct ? Sinon, proposer une explication à la différence observée.

Solution: L'ordre de grandeur est correct ce qui nous permet de valider la modélisation par la fonction exponentielle.