

Nom:..... Prénom:..... Classe:..... Date: .....

## Études de mouvements rectilignes et circulaires

### ✔ Objectifs

- Coordonnées des vecteurs vitesse et accélération dans le repère de Frenet pour un mouvement circulaire.
- Mouvement rectiligne uniformément accéléré. Mouvement circulaire uniforme.
- Réaliser et/ou exploiter une vidéo ou une chronophotographie pour déterminer les coordonnées du vecteur position en fonction du temps et en déduire les coordonnées approchées ou les représentations des vecteurs vitesse et accélération.
- Capacité numérique : Représenter, à l'aide d'un langage de programmation, des vecteurs accélération d'un point lors d'un mouvement.
- Capacité mathématique : Dériver une fonction.

### 👤 Classe

Terminale Spé

### 🕒 Durée

2 h

### ✂ Sur la paillasse

- Un ordinateur connecté à internet et avec les logiciels *Tracker* et *Regressi*.

On se propose d'étudier le décollage d'une fusée Ariane 5 puis ensuite de son satellite Galileo mis en orbite<sup>1</sup>.

### 📄 Document 1: Ariane 5, le lanceur européen

Ariane 5 est un ancien lanceur spatial lourd de l'Agence spatiale européenne (ESA), développé pour placer des satellites sur orbite géostationnaire et des charges lourdes en orbite basse. Dans sa dernière version, il peut placer 21 tonnes en orbite basse et 10,5 tonnes sur une orbite de transfert géostationnaire. Il effectue son premier vol le 4 juin 1996 avec la mission V-88 et le lancement du 117<sup>ème</sup> et dernier exemplaire a eu lieu le 5 juillet 2023 avec la mission VA-261.

|                                 |                    |
|---------------------------------|--------------------|
| <b>Hauteur (avec tuyères)</b>   | 54,8 m             |
| <b>Masse au décollage</b>       | 780 t              |
| <b>Moteur</b>                   | Vulcain            |
| <b>Masse de la charge utile</b> | de l'ordre de 10 t |
| <b>Poussée au décollage</b>     | 15 120 kN          |

D'après *Wikipedia*

TABLE 1 – Caractéristiques de la fusée Ariane 5

### 📄 Document 2: Lien entre position, vitesse et accélération

#### Vecteur position

La position d'un point  $M$  à la date  $t$  est donnée par le vecteur position  $\vec{OM}(t) = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$ .

#### Vecteur vitesse

Le vecteur vitesse d'un point  $M$  à la date  $t$  est donné par  $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{OM}(t)}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k}$ .

#### Vecteur accélération

Le vecteur accélération d'un point  $M$  à la date  $t$  est donné

$$\text{par } \vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{dv_x}{dt} \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \vec{k}.$$

On admettra que dans le cas d'un mouvement rectiligne, les trois vecteurs position, vitesse et accélération ci-dessus ont une seule coordonnée, selon la direction du mouvement : respectivement  $y$ ,  $v_y$  et  $a_y$ .

1. TP basé sur le travail de <https://gmonbac.com/>.

# 1 Étude du mouvement rectiligne et de la poussée de la fusée

1. Télécharger la vidéo du décollage disponible sur le lien suivant :
2. À l'aide du logiciel *Tracker*, effectuer le pointage du décollage de la fusée entre  $t = 12\text{s}$  et  $t = 16\text{s}$  du chronomètre affiché à l'écran (calibrer, puis ajouter un système d'axes, et enfin effectuer le pointage). On pourra s'aider de la fiche méthode.
3. Afficher la vitesse selon  $y$  en fonction du temps. Exporter les données du tableur dans *Regressi* (fichier, exporter, sous forme de fichier texte).



4. Quelle type de courbe a-t-on ? Ajuster une courbe de tendance adaptée. Écrire l'équation obtenue.

.....  
.....  
.....

5. Comment qualifier le mouvement ?

.....  
.....  
.....

6. Déterminer l'accélération de la fusée pendant la phase de décollage.

.....  
.....  
.....

7. En déduire la force de poussée si on considère que les frottements sont négligeables.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

8. Vérifier l'information sur la poussée donnée dans le tableau du document 1.

.....  
.....  
.....

## 2 Étude du mouvement circulaire : mouvement du satellite Galileo

### Document 3: Tracé des vecteurs vitesse instantanée et accélération instantanée

#### Vecteur vitesse instantanée

En un point  $M_i$ , le vecteur vitesse instantanée correspond au vecteur vitesse moyenne évalué sur une durée très courte autour de la position  $M_i$ . Il est donc défini par la relation :

$$\vec{v}_i = \frac{\overrightarrow{M_{i-1}M_{i+1}}}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad (2)$$

#### Vecteur accélération instantanée

En un point  $M_i$ , le vecteur accélération instantanée correspond au vecteur accélération moyenne évalué sur une durée très courte autour de la position  $M_i$ . Il est donc défini par la relation :

$$\vec{a}_i = \frac{\vec{v}_{i+1} - \vec{v}_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad (3)$$

### Document 4: Le repère de Frenet

Le repère de Frenet noté  $(M, \vec{u}_n, \vec{u}_t)$  est défini par :

- une origine mobile liée au point étudié ;
- un vecteur unitaire  $\vec{u}_n$  selon la direction  $(OM)$  et orienté vers  $O$  ;
- un vecteur unitaire  $\vec{u}_t$  tangent à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement.

Dans ce repère, le vecteur accélération a pour expression :

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{u}_t + \frac{v^2}{R} \vec{u}_n \quad (4)$$

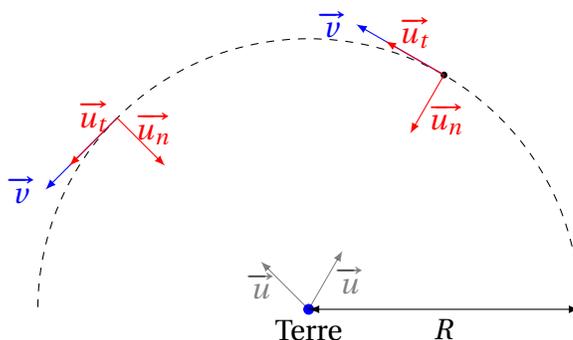


FIGURE 1 – Exemple de mouvement circulaire : mouvement d'une planète autour du Soleil

### Document 5: Galileo (système de positionnement)

Galileo est un système de positionnement par satellites (radionavigation) mis en place par l'Union européenne (UE) qui est partiellement opérationnel depuis fin 2016 et doit devenir pleinement opérationnel après le lancement des derniers satellites FOC (fully operational capability) qui doit s'achever en 2024. Comme les systèmes américain GPS, russe GLONASS et chinois Beidou, Galileo permet à un utilisateur muni d'un terminal de réception d'obtenir sa position.

La période de révolution d'un satellite Galileo est de 14 h environ alors que l'altitude de ce satellite est de 23222 km par rapport au niveau de la mer.

D'après *Wikipedia*, voir aussi l'animation suivante : animation

[https://pyspc-formation.readthedocs.io/fr/latest/etape\\_11/mouvement\\_satellite\\_geostationnaire\\_prof\\_niveau\\_avance.html](https://pyspc-formation.readthedocs.io/fr/latest/etape_11/mouvement_satellite_geostationnaire_prof_niveau_avance.html)

9. Effectuer un bilan de forces qui s'exercent sur le satellite. Donner l'expression de celle(s)-ci dans le repère de Frenet.

.....  
.....  
.....

10. Appliquer la deuxième loi de Newton au système satellite. Quelle doit être la direction et le sens du vecteur accélération ?

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

On se propose dans ce travail de vérifier que le vecteur accélération correspond bien à la réponse précédente. Pour cela, on dispose en annexe des positions du satellite durant une période de révolution, qu'on appellera dans la suite de ce travail le point *M*.

11. Quelle est la nature du mouvement du point *M* ?

.....  
.....  
.....

12. Tracer les vecteurs vitesses aux position 3 et 5 puis aux positions 8 et 10. On prendra pour échelle  $1 \text{ cm} \longleftrightarrow 1000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

.....  
.....  
.....  
.....

13. Représenter le repère de Frenet au niveau des positions étudiées.

14. Tracer les vecteurs variations de vitesse aux points 4 et 9.

.....  
.....  
.....  
.....

15. Déterminer dans ce repère et à l'aide de l'échelle correspondante, les coordonnées  $a_n$  et  $a_t$  du vecteur accélération.

.....  
 .....  
 .....

16. Conclure sur la direction et sens de ces vecteurs. Dans le cas où une différence est observée entre les tracés et ce que prédit la théorie, expliquer l'origine de cet écart.

.....  
 .....  
 .....

17. Retrouver le rayon de la trajectoire et comparer avec celle donnée dans l'énoncé.

.....  
 .....  
 .....

18. On trace maintenant ces vecteurs à l'aide du programme informatique *python*. Suivre le protocole suivant :



### Utilisation du script

- Aller sur la page *Capitale* contenant le script en cliquant sur le lien ci-contre.



19. Compléter la ligne 30 de façon à définir le rayon de la trajectoire. La recopier ci-dessous.

```
29 RT = 6371 # rayon de la Terre en km
30 R = # rayon de la trajectoire du satellite
```

Listing 1 – Partie du code python permettant de définir le rayon de la trajectoire

20. Compléter la ligne 55 de façon à définir le le pas de temps. La recopier ci-dessous.

```
54 #Initialisation des constantes du problème
55 Dt = #Pas de temps en s
```

Listing 2 – Partie du code python permettant de définir le pas de temps  $\Delta t$  entre chaque point de la trajectoire

21. Compléter les lignes 64 et 65 de façon à les composantes du vecteur accélération. Les recopier ci-dessous.

```
62 #Calcul des coordonnées du vecteur accélération
63 for i in range(2,N-2):
64     ax[i] =
65     ay[i] =
```

Listing 3 – Partie du code python permettant de calculer les composantes de l'accélération

22. Vérifier vos tracés à la main à l'aide du programme informatique.

.....  
.....  
.....

23. Bonus : en première et seconde, nous utilisons un schéma qui n'était pas centré pour les calculs de vitesse ( $\vec{v}_i = \frac{\vec{M_i M_{i+1}}}{t_{i+1} - t_i}$  et  $\vec{a}_i = \frac{\vec{v}_{i+1} - \vec{v}_i}{t_{i+1} - t_i}$ ). Adapter le programme pour observer la différence par rapport au schéma centré utilisé dans ce travail.

.....  
.....  
.....

### Données

- Rayon de la Terre : 6371 km

Durée entre deux points :  $\Delta t = 1 \text{ h}$

