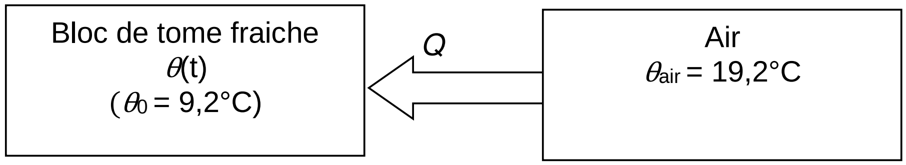
Correction DS 5 - Classe de Tle Spé PC

Correction du problème 1. Le frometon d'Auvergne

Q1. Indiquer sur un schéma de la situation, faisant apparaitre les températures, dans quel sens s'opère le transfert thermique au travers du bloc de tomme fraiche.



Le transfert thermique s'effectue spontanément du corps chaud vers le corps froid.

En considérant uniquement les transferts conducto-convectifs, on admet que l'équation différentielle vérifiée par la température du bloc de tomme fraiche est de la forme suivante : $\frac{d\theta}{dt}+\frac{h.S}{m.c}.\theta=\frac{h.S}{m.c}.\theta_{air}$ **(1)**

Cette équation différentielle a pour solution générale : $\theta(t)=\theta_{air}+(\theta_0-\theta_{air}).e^{-\frac{t}{\tau}}$ **(2)**

Q2. Vérifier à l'aide des équations (1) et (2) que $\tau=\frac{m.c}{h.S}$**. Donner la signification physique et l'unité de cette grandeur.**

Dans l'équation différentielle (1), on remplace θ par son expression (2).

$$\frac{d\theta}{dt}+\frac{h.S}{m.c}.\theta=\frac{h.S}{m.c}.\theta_{air}$$

$$\frac{d\left(\theta_{air}+(\theta_0-\theta_{air}).e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}{dt}+\frac{h.S}{m.c}.\left(\theta_{air}+(\theta_0-\theta_{air}).e^{-\frac{t}{\tau}}\right)=\frac{h.S}{m.c}.\theta_{air}$$

$$\frac{d\left(\theta_{air}+\theta_0.e^{-\frac{t}{\tau}}-\theta_{air}.e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}{dt}+\frac{h.S}{m.c}.\theta_{air}+\frac{h.S}{m.c}.(\theta_0-\theta_{air}).e^{-\frac{t}{\tau}}=\frac{h.S}{m.c}.\theta_{air}$$

$$-\frac{\theta_0}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{\theta_{air}}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{h.S}{m.c}.(\theta_0-\theta_{air}).e^{-\frac{t}{\tau}}=0$$

$$\frac{1}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}(-\theta_0+\theta_{air})+\frac{h.S}{m.c}.(\theta_0-\theta_{air}).e^{-\frac{t}{\tau}}=0$$

$$-\frac{1}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}(\theta_0-\theta_{air})+\frac{h.S}{m.c}.(\theta_0-\theta_{air}).e^{-\frac{t}{\tau}}=0$$

$$(\theta_0-\theta_{air}).e^{-\frac{t}{\tau}}.\left(-\frac{1}{\tau}+\frac{h.S}{m.c}\right)=0$$

Cette égalité est vérifiée si $\left(-\frac{1}{\tau}+\frac{h.S}{m.c}\right)=0$, donc $\frac{1}{\tau}=\frac{h.S}{m.c}$ soit si $\tau=\frac{m.c}{h.S}$**.**

Signification physique : τ est appelée constante de temps, pour une durée égale à 5τ, la température du système ne varie plus.

Unités : $\tau=\frac{m.c}{h.S}$, on remplace chaque grandeur pas son unité.

$\frac{kg.J.kg^{-1}.K^{-1}}{W.K^{-1}.m^{-2}.m^2}=\frac{J}{W}$, on retrouve les unités d'une énergie (J) divisée par une puissance (W).

Or $\frac{E}{P}=\Delta t$ donc τ est homogène à une durée et s'exprime en seconde.

Autre méthode :

$\frac{d\theta}{dt} + \frac{h.S}{m.c}.\theta = \frac{h.S}{m.c}.\theta_{air}$: $\frac{d\theta}{dt}$ en °C/s donc $\frac{h.S}{m.c}.\theta$ en °C/s donc $\frac{h.S}{m.c}$ en s^{-1} et donc $\tau = \frac{m.c}{h.S}$ en s.

Q3. À l'aide de la figure 2, estimer, en explicitant la méthode, une valeur expérimentale de τ, notée τ_{exp}.

La tangente à l'origine coupe l'asymptote horizontale pour $t = \tau_{exp}$.

On lit $\tau_{exp} = 8{,}3 \times 10^3$ s

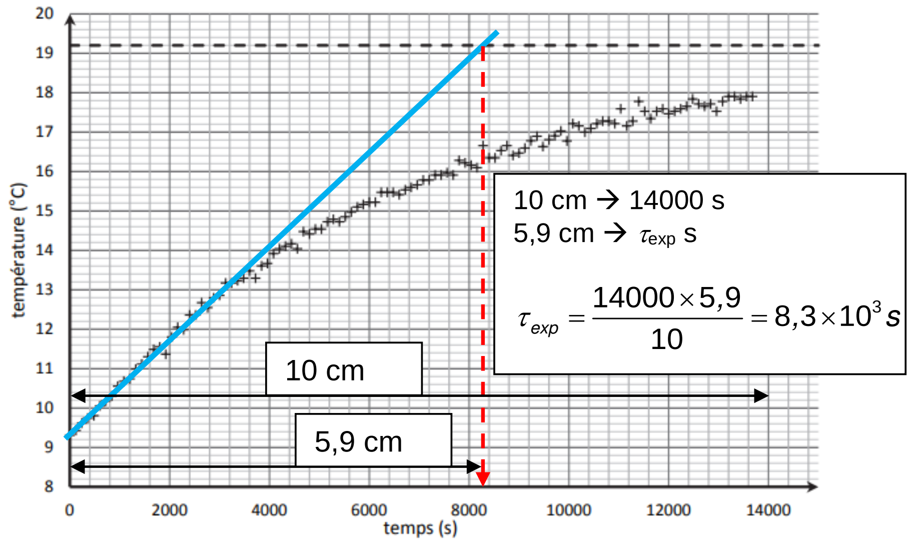


Figure 2. Mesures expérimentales de la température du bloc de tomme

La représentation graphique de Y = ln($\theta_{air} - \theta(t)$) en fonction du temps est donnée sur la figure 3 page suivante, ainsi que sa modélisation par une fonction affine.

Q4. Montrer à l'aide de la figure 3 que l'expression (2) rend bien compte des résultats expérimentaux.

La modélisation de Y = ln($\theta_{air} - \theta(t)$) donne Y = $-1{,}485 \times 10^{-4}\, t + 2{,}368$.

L'expression (2) est $\theta(t) = \theta_{air} + (\theta_0 - \theta_{air}).e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Donc $\theta_{air} - \theta(t) = -(\theta_0 - \theta_{air}).e^{-\frac{t}{\tau}}$

Exprimons ln($\theta_{air} - \theta(t)$)

$$ln(\theta_{air} - \theta(t)) = ln\left(-(\theta_0 - \theta_{air}).e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$ ln(a×b) = ln(a) + ln(b)

$$ln(\theta_{air} - \theta(t)) = ln(-(\theta_0 - \theta_{air})) + ln\left(e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$ln(\theta_{air} - \theta(t)) = ln((\theta_{air} - \theta_0)) - \frac{t}{\tau}$$

On obtient bien l'équation d'une fonction affine dont la représentation est une droite ne passant pas par l'origine.

Par analogie, $ln((\theta_{air} - \theta_0)) =$ 2,368.

Vérifions la cohérence avec les valeurs θ_{air} = 19,2°C et θ_0 = 9,2°C.

$ln((19{,}2 - 9{,}2)) = ln(10)$ = 2,3 Valeur assez proche de 2,368 du modèle.

Correction du problème 2. Se chauffer grâce à la Terre

Étude thermodynamique de la PAC.

Q1. Identifier, en le justifiant, le mode de transfert thermique s'effectuant au travers d'un mur.

À l'intérieur du mur la chaleur se propage de proche en proche sans transport de matière, il s'agit d'un transfert par conduction.

Q2. Indiquer, en utilisant les deux relations précédentes, comment évolue le flux thermique ϕ lorsque l'épaisseur e du mur augmente.

$\phi = \dfrac{T_{int} - T_{ext}}{R_{th}}$ et $R_{th} = \dfrac{e}{\lambda .S}$.

$$\phi = \frac{T_{int} - T_{ext}}{\dfrac{e}{\lambda .S}} = \left(T_{int} - T_{ext}\right) \times \frac{\lambda .S}{e}$$

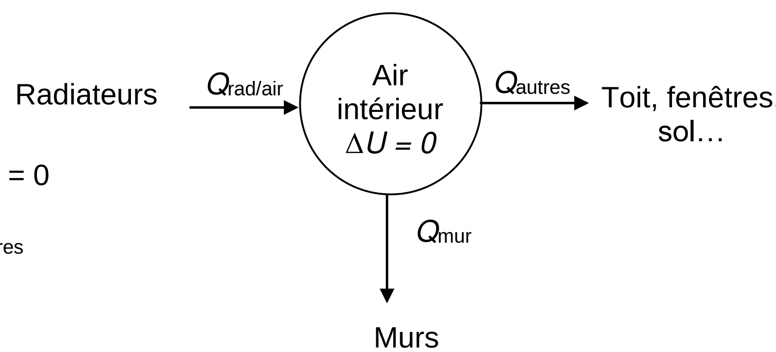
Ainsi lorsque l'épaisseur du mur augmente, tous les autres paramètres étant inchangés, alors le flux thermique diminue.

Q3. Indiquer et justifier le sens du transfert thermique $Q_{rad/air}$ s'opérant entre les radiateurs et l'air intérieur de la maison.

Le transfert thermique a toujours lieu du corps chaud vers le corps froid.
Les radiateurs cèdent de la chaleur à l'air de la maison.

Q4. En utilisant le premier principe de la thermodynamique au système « air intérieur », montrer que : $Q_{rad/air} = - Q_{mur} - Q_{autres}$.

D'après le premier principe $\Delta U = W + Q$.
Pour le système « air intérieur » on nous indique qu'il n'y a pas d'échange de travail avec l'extérieur donc $W = 0$, alors $\Delta U = Q$.
La température de l'air intérieur est maintenue constante, donc $\Delta U = 0$, alors $Q = 0$.
Le système reçoit autant de chaleur (comptée positivement) qu'il en cède (comptée négativement).



$Q_{rad/air} + Q_{mur} + Q_{autres} = 0$

$Q_{rad/air} = - Q_{mur} - Q_{autres}$

Q5. À l'aide des données, calculer la valeur de $Q_{rad/air}$.

$Q_{rad/air} = - Q_{mur} - Q_{autres}$
$Q_{rad/air} = -(-4{,}3) - (-7{,}1) = 11{,}4$ MJ

Q6. En déduire si la puissance de la PAC est suffisante pour chauffer l'eau des radiateurs.

$$P = \frac{E}{\Delta t} = \frac{Q_{air/rad}}{\Delta t}$$

$$P = \frac{11{,}4 \text{ MJ}}{1h} = \frac{11{,}4 \text{ MJ}}{3600 \text{ s}} = 3{,}17 \times 10^{3} \text{ W} = 3{,}17 \text{ kW}$$

La puissance indiquée dans les données et de 7,0 kW. Elle est bien supérieure à la puissance nécessaire pour chauffer l'eau des radiateurs. La PAC convient.

Étude sonore de la PAC.

La législation impose de limiter l'émergence sonore nocturne à 3 dB. L'émergence sonore est définie par la différence entre le niveau sonore ambiant comportant celui de la PAC, et le niveau sonore habituel sans tenir compte de la PAC.

Q7. Vérifier que la valeur du niveau d'intensité sonore *L* est égale à 48 dB.

Le module extérieur produit L_1 = 46 dB et le bruit habituel produit L_2 = 44 dB.
Ces deux sources sonores produisent un son d'intensité $I = I_1 + I_2$.

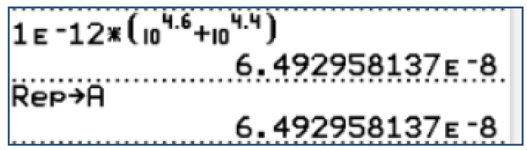
$$L = 10.log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

donc $\frac{L}{10} = log\left(\frac{I}{I_0}\right)$

et $\frac{I}{I_0} = 10^{\frac{L}{10}}$

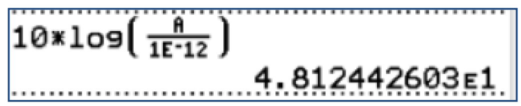
finalement $I = I_0.10^{L/10}$

$I = I_1 + I_2$
$I = I_0.10^{L1/10} + I_0.10^{L2/10}$
$I = I_0.(10^{L1/10} + 10^{L2/10})$
$I = 1{,}0\times10^{-12} \times(10^{4{,}6} + 10^{4{,}4}) = 6{,}5\times10^{-8}$ W.m^{-2}



$$L = 10.log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$L = 10\times log\left(\frac{6{,}5\times10^{-8}}{1{,}0\times10^{-12}}\right) = 48 \text{ dB}$$



Q8. En déduire si le propriétaire expose son voisinage à des nuisances sonores nocturnes supérieures au seuil réglementaire.

Niveau sonore ambiant comportant celui de la PAC : L = 48 dB
Niveau sonore habituel sans tenir compte de la PAC : L_2 = 44 dB.
L'émergence sonore est la différence entre ces deux niveaux, elle vaut 48 – 44 = 4 dB.
Comme elle est supérieure à 3 dB, le propriétaire ne respecte pas le seuil réglementaire.