

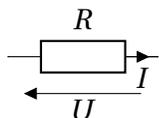
Nom:..... Prénom:..... Classe:..... Date:

Optimisation des pertes par effet Joule dans une ligne électrique	
✔ Objectifs	👤 Classe
<input type="checkbox"/> Un réseau de transport électrique peut être modélisé mathématiquement par un graphe orienté dont les arcs représentent les lignes électriques et dont les sommets représentent les sources distributrices, les nœuds intermédiaires et les cibles destinataires. Dans ce modèle, l'objectif est de minimiser les pertes par effet Joule sur l'ensemble du réseau sous les contraintes suivantes: <ul style="list-style-type: none"> ▪ l'intensité totale sortant d'une source est limitée par la puissance maximale distribuée ; ▪ l'intensité totale entrant dans chaque nœud intermédiaire est égale à l'intensité totale qui en sort ; ▪ l'intensité totale arrivant à chaque cible est imposée par la puissance qui y est utilisée. <input type="checkbox"/> Modéliser un réseau de distribution électrique simple par un graphe orienté. Exprimer mathématiquement les contraintes et la fonction à minimiser. <input type="checkbox"/> Sur l'exemple d'un réseau comprenant uniquement deux sources, un nœud intermédiaire et deux cibles, formuler le problème de minimisation des pertes par effet Joule et le résoudre pour différentes valeurs numériques correspondant aux productions des sources et aux besoins des cibles.	Terminale ES
	🕒 Durée
	1 h

1 Puissance dissipée par effet Joule

Lors du passage du courant dans un conducteur, celui-ci s'échauffe donc une partie de l'énergie électrique est convertie en énergie thermique : c'est l'**effet Joule**.

Soit une résistance R dont la tension à ses bornes est notée U et est traversée par une intensité I :



On définit la puissance perdue par effet Joule par :

$$P_J = U \times I \tag{1}$$

Or d'après la loi d'Ohm, $U = R \times I$ donc

$$P_J = R \times I^2 \tag{2}$$

La puissance perdue par effet Joule est donc proportionnelle au carré de l'intensité.

2 Utilisation de la haute-tension

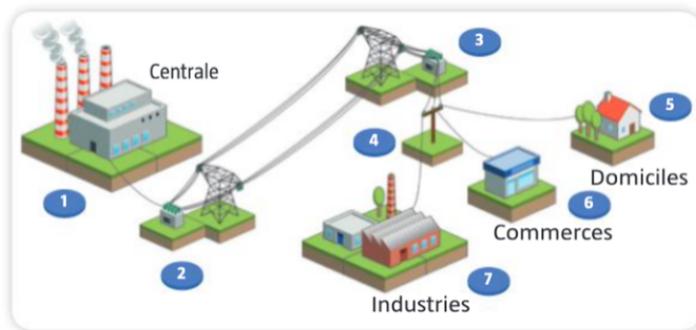
On préfère transporter le courant électrique à haute tension car si on considère que la puissance du générateur $P = U \times I$ est constante, alors si U est grand (la haute tension), I est petit. Or, la puissance perdue par effet Joule est proportionnelle au carré de l'intensité : en utilisant une tension importante, on pourra minimiser les pertes lors du transport de l'électricité.

3 Optimisation de la puissance dissipée par effet Joule lors du transport de l'électricité

3.1 Description du problème

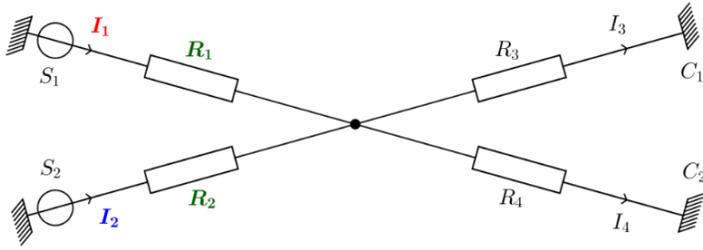
Un réseau électrique est constitué de :

- De sources (centrales thermiques, champ éolien, etc...),
- De lignes à moyenne et haute tension,
- De transformateurs,
- De cibles (foyers, industries, etc...).



3.2 Modélisation

On peut modéliser un réseau électrique par un graphe orienté :



Dans ce modèle à deux sources et deux cibles, l'objectif est de minimiser les pertes par effet Joule sur l'ensemble du réseau sous les contraintes suivantes :

- l'intensité totale sortant d'une source est limitée par la puissance maximale distribuée :

$$P_1 = U_1 \times I_1 \leq P_{1,max} \quad (3)$$

$$P_2 = U_2 \times I_2 \leq P_{2,max} \quad (4)$$

- l'intensité du courant totale entrant dans chaque nœud intermédiaire est égale à l'intensité totale qui en sort :

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4 \quad (5)$$

- l'intensité totale arrivant à chaque cible est imposée par la puissance qui y est utilisée :

$$I_3 = \frac{P_3}{U_3} \quad (6)$$

$$I_4 = \frac{P_4}{U_4} \quad (7)$$

3.3 Optimisation

Pour minimiser les pertes par effet Joule dans un réseau électrique, il faut chercher à réduire la valeur de la puissance dissipée par effet Joule dans les lignes électriques :

$$P_J = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 \quad (8)$$

On fait l'hypothèse que la demande de chaque cible est constante, on a donc

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4 = I_{tot}(= constante) \quad (9)$$

Or, comme \$R_3\$ et \$R_4\$ sont constants, on en déduit que

$$R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 = constante = C \quad (10)$$

On peut donc écrire que

$$P_J = R_1 I_1^2 + R_2 (I_{tot} - I_1)^2 + C \quad (11)$$

La fonction à minimiser est donc bien un polynôme du second degré.