

Nom:..... Prénom:..... Classe:..... Date:

La fabrique à sandwichs¹

✔ Objectifs	👤 Classe
<input type="checkbox"/> Décrire qualitativement l'évolution des quantités de matière des espèces chimiques lors d'une transformation. <input type="checkbox"/> Établir le tableau d'avancement d'une transformation chimique à partir de l'équation de la réaction et des quantités de matière initiales des espèces chimiques.	1 ^{ère} Spé
	🕒 Durée
	1 h

1 Notion d'avancement: « la sandwicherie »

Dans une sandwicherie industrielle, on se propose de prévoir le nombre de sandwichs que l'on peut produire suivant les stocks disponibles en pain et en jambon.

Les sandwichs produits se composent très simplement de deux tranches de pain (la tranche de pain sera notée P) et d'une tranche de jambon (notée J).

On suppose d'autre part que la masse d'une tranche de pain et celle d'une tranche de jambon sont parfaitement définies, à savoir : $M(P) = 20,0\text{g}$ et $M(J) = 5,0\text{g}$.

Ce matin, la sandwicherie a été livrée en pain et en jambon frais. Elle dispose alors dans ces stocks d'une masse $m_P = 16,0\text{kg}$ en pain et d'une masse $m_J = 3,2\text{kg}$ en jambon.



Vous êtes l'ingénieur responsable de la production. À l'arrivée de la livraison, vous devez être capable de répondre à deux questions :

- Question 1: Combien de sandwichs peut-on produire au maximum d'après les quantités proposées ?
- Question 2: Du pain ou du jambon, lequel viendra à manquer en fin de production ?

1. Étape 1: « Équation de la fabrication »

Compte tenu des notations adoptées pour traiter le problème (P et J), proposer une équation traduisant la fabrication d'un sandwich.

Solution: $2P + J \rightarrow S$

2. Étape 2: Détermination du nombre de tranches de jambon et de pain disponible initialement.

Compte tenu des masses proposées par l'énoncé, déterminer le nombre n_P de tranches de pain et le nombre n_J de tranches de jambon disponible avant la production.

Solution: $n_P = \frac{m(P)}{M(P)} = \frac{16,0\text{kg}}{20,0\text{g}} = \frac{16,0 \times 10^3\text{g}}{20,0\text{g}} = 8,00 \times 10^2$

$n_J = \frac{m(J)}{M(J)} = \frac{3,2\text{kg}}{5,0\text{g}} = \frac{3,2 \times 10^3\text{g}}{5,0\text{g}} = 6,4 \times 10^2$

¹TP basé en partie sur le travail mis à disposition sur le site <http://pdebousse.free.fr>.

3. Étape 3: Mise en forme d'un tableau d'avancement

Dans le tableau suivant, on se propose de suivre les quantités de tranches disponibles au cours de la fabrication des sandwiches.

Réfléchir à son remplissage en considérant la fabrication d'un premier sandwich, d'un second puis d'un troisième. Se poser enfin la question en considérant le $x^{i\grave{e}me}$ sandwich. Compléter le tableau.

« Équation de la fabrication »	2 P	+ J	→ S
Quantités initiales	800	640	0
Après la fabrication d'1 sandwich	$800-2 = 798$	$640 - 1 = 639$	1
Après la fabrication de 2 sandwiches	$798-2 = 796$	$639 - 1 = 638$	2
Après la fabrication de 3 sandwiches	$796-2 = 794$	$638 - 1 = 637$	3
Après la fabrication de x sandwiches	$800 - 2x$	$640 - x$	x

4. Étape 4: Nombre maximal de sandwiches produits

Compte tenu de la dernière ligne du tableau d'avancement, est-ce le pain ou le jambon qui va venir à manquer au cours de la fabrication ? Faire les 2 hypothèses et conclure (noter x_{max} le nombre maximal de sandwiches produits).

(a) 1^{ère} hypothèse: le pain vient à manquer en premier.

Solution: Alors $800 - 2x = 0 \iff x = 800/2 = 400$. On peut fabriquer 400 sandwiches.

(b) 2^{ème} hypothèse: le jambon vient à manquer en premier.

Solution: Alors $640 - x = 0 \iff x = 640$. On peut fabriquer 640 sandwiches.

(c) Conclusion: compléter la dernière ligne du tableau d'avancement.

« Équation de la fabrication »	2 P	+ J	→ S
Quantités finales	$800 - 2x_f = 800 - 2 \times 400 = 0$	$640 - x_f = 640 - 400 = 240$	$x_f = 400$

5. Conclure en répondant aux deux questions initiales de l'ingénieur responsable de la production.

Solution:

- On peut produire au maximum 400 sandwiches.
- Celui qui vient à manquer en fin de production est le pain (c'est le réactif limitant).

2 Calcul d'avancement pour bonus ou malus écologique

Problème à résoudre: Un particulier, recherchant une voiture neuve, s'intéresse à un véhicule fonctionnant à l'essence sans plomb et qui consomme 5,5L aux 100 km. Il souhaite savoir si cette voiture peut bénéficier du bonus écologique proposé en 2012 par le gouvernement pour l'achat d'un véhicule neuf.

Données:

On suppose que l'essence sans plomb est constituée d'heptane pur de masse volumique $\mu = 0,72 \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1}$ et de formule brute C_7H_{16} .

Bonus écologique: véhicule rejetant moins de 105 g de CO_2 par km.

Masses molaires : $M(\text{CO}_2) = 44 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $M(\text{heptane}) = 100 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.



6. Quelle est la masse d'heptane consommé pour 1 km parcouru ?

Solution: La masse consommée pour 100 km est de $m = \mu \times V = 0,72 \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1} \times 5,5 \text{ L} = 4,0 \text{ kg}$
La masse pour 1 km est donc 100 fois moindre, soit 0,040 kg.

On reprend maintenant les étapes de la première partie.

7. **Étape 1: « Équation de la réaction de combustion »**

Solution: $\text{C}_7\text{H}_{16} + 11 \text{O}_2 \longrightarrow 7 \text{CO}_2 + 8 \text{H}_2\text{O}$

8. **Étape 2: Détermination du nombre de moles de réactifs initiales (pour 1 km parcouru)**

Remarque: si un des réactifs est en large excès, écrire simplement EXCÈS.

Solution: $n(\text{C}_7\text{H}_{16}) = \frac{m}{M} = \frac{0,040 \text{ kg}}{100 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} = \frac{0,040 \times 10^3 \text{ g}}{100 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} = 0,40 \text{ mol}$

9. **Étape 3: Mise en forme d'un tableau d'avancement**

« Équation de la réaction »	C_7H_{16}	+ 11 O_2	$\rightarrow 7 \text{CO}_2$	+ 8 H_2O
État initiales	0,40 mol	Excès	0 mol	0 mol
État intermédiaire	0,40 mol - x	Excès	7 x	8 x

10. **Étape 4: Détermination de l'avancement maximal**

(a) Remarque : quel est, sans calcul, le réactif limitant ?

Solution: Le réactif limitant est forcément l'heptane puisque le dioxygène est en large excès.

(b) Déterminer l'avancement maximal.

Solution: $0,40 \text{ mol} - x_{max} = 0 \iff x_{max} = 0,40 \text{ mol}$

(c) Conclusion: compléter la dernière ligne du tableau d'avancement.

« Équation de la réaction »	C_7H_{16}	+ 11 O_2	→ 7 CO_2	+ 8 H_2O
État final	0	Excès	$7x_{max} = 2,8 \text{ mol}$	$8x_{max} = 3,2 \text{ mol}$

11. Conclure en calculant la masse de dioxyde de carbone correspondant.

Solution: $m(\text{CO}_2) = n(\text{CO}_2) \times M(\text{CO}_2) = 2,8 \text{ mol} \times 44 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = 1,2 \times 10^2 \text{ g}$

Le véhicule rejette plus de CO_2 par kilomètre que ne le permet le bonus écologique.