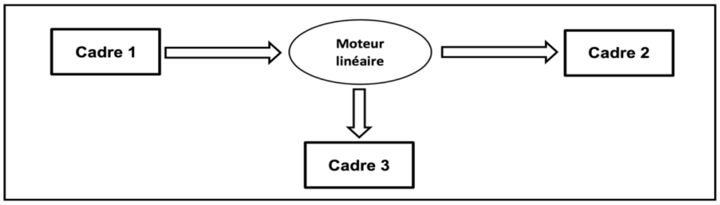
| Nom :.............................. | Prénom :.............................. | Classe :..................... | Date : ..................... |
|---|---|---|---|

| | | |
|---|---|---|
| $1^{\text{ère}}$ Spécialité | Chapitre 12 et 14 : Mouvement d'un système et aspects énergétiques des phénomènes mécaniques. | DS |
| /20 | **DS 6** | Durée : 1 h |

**Correction DS 6 - Classe de $1^{\text{ère}}$ Spé PC**

(5 points) Partie 1 : **Étude de la chaîne énergétique**

1. (1 point) La chaîne énergétique suivante permet de schématiser la conversion d'énergie lors du lancement du train :




Sans recopier la chaîne énergétique ci-dessus, donner la forme d'énergie à faire apparaître dans chaque cadre numéroté de 1 à 3. Pour cela, indiquer sur la copie le numéro du cadre et lui associer une forme d'énergie.

> **Solution:** Cadre 1 : énergie électrique (énergie reçue par le moteur du train)
> Cadre 2 : énergie mécanique (plus précisément énergie cinétique)
> Cadre 3 : pertes sous forme de chaleur (énergie thermique)

2. (2 points) Montrer que l'énergie cinétique du train $E_{train}$ à la fin de la phase de lancement vaut $E_{train} = 3{,}9\,\text{MJ}$.

> **Solution:**
>
> $$\begin{aligned} E_{train} &= \frac{1}{2} m v_{max}^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 10\,\text{t} \cdot (100\,\text{km}\cdot\text{h}^{-1})^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 10 \times 10^3\,\text{kg} \cdot (\frac{100 \times 10^3}{3600}\text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2 \\ &\approx 3{,}9 \times 10^6\,\text{J} \\ &= 3{,}9\,\text{MJ} \end{aligned}$$

3. (2 points) Le rendement du moteur linéaire étant donné par la relation $\eta = \frac{E_{train}}{E_{électrique}}$ où $E_{électrique}$ est l'énergie électrique fournie au moteur linéaire qui se calcule selon la relation $E = P \times \Delta t$, déterminer la valeur du rendement $\eta$. Commenter la valeur obtenue en apportant un regard critique sur les données fournies par le constructeur.

**Solution:**

$$E_{électrique} = P \times \Delta t = 1{,}5\,\mathrm{MW} \times 2{,}5\,\mathrm{s} = 1{,}5 \times 10^6\,\mathrm{W} \times 2{,}5\,\mathrm{s} = 3{,}8 \times 10^6\,\mathrm{J} = 3{,}8\,\mathrm{MJ} \tag{1}$$

donc

$$\eta = \frac{E_{train}}{E_{électrique}} = \frac{3.9}{3.8} = 1.03 > 1 \tag{2}$$

Ceci est impossible car un rendement est toujours inférieur à 1. La vitesse du train doit être inférieure à la valeur donnée, ou les données du constructeur sont erronées.

(8 points) Partie 2 : **Simulation de la propulsion du train**

1. (0,5 points) Comment calcule-t-on la vitesse horizontale (selon $x$) au point $M_k$ ? Donner la formule littérale.

**Solution:** Il s'agit de faire calculer la vitesse qui est le rapport d'une distance sur une durée :

$$v_k = \frac{M_k M_{k+1}}{\Delta t} \tag{3}$$

2. (0,5 points) Compléter la ligne 24 du programme de simulation en modifiant la partie entre les crochets [. . . ] afin de calculer les coordonnées des vecteurs vitesses aux différents points de la trajectoire.

**Solution:** En utilisant la relation précédente :

```
v_x.extend([(x[k+1]-x[k])/(t[k+1]-t[k])])
```

3. (0,5 points) D'après le code python, quelle est la durée entre chaque point de la trajectoire ?

**Solution:** On peut lire

```
Dt = 0.5
```

donc $\Delta t = 0{,}5\,\mathrm{s}$.

4. (2 points) Déterminer graphiquement les valeurs $\Delta v_2$ et $\Delta v_4$ des normes des vecteurs aux points $M_2$ et $M_4$.

**Solution:** $\Delta v_2$ correspond à une flèche de 1,9 cm, or on a une échelle de $5\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ pour 1,8 cm. Cela conduit à $\Delta v_2 = \frac{1{,}9 \times 5}{1.8} = 5{,}3\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ (⚠ en fonction du mode d'impression du sujet, les longueurs peuvent être différente, mais la valeur finale doit être la même).
$\Delta v_4$ correspond à une flèche de 1,9 cm, or on a une échelle de $5\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ pour 1,8 cm. Cela conduit à $\Delta v_2 = \frac{1{,}9 \times 5}{1.8} = 5{,}3\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$

5. (1,5 points) Expliquer comment semble évoluer le vecteur au cours de la phase de lancement du train. Est-ce logique ?

**Solution:** Le vecteur variation de vitesse semble avoir une valeur (norme) constante : la vitesse augmente de façon régulière. Le mouvement semble uniformément accéléré.

6. (2 points) Donner la relation approchée entre le vecteur variation de vitesse du train $\Delta\vec{v}$ et la somme des forces extérieures qui s'appliquent sur celui-ci $\sum\overrightarrow{F_{ext}}$.

> **Solution:** $\sum\overrightarrow{F_{ext}} = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ d'après la deuxième loi de Newton.

7. (1 point) En déduire les caractéristiques du vecteur $\sum\overrightarrow{F_{ext}}$.

> **Solution:** La somme des forces extérieures $\sum\overrightarrow{F_{ext}}$ est modélisée par un vecteur de direction colinéaire au vecteur variation de vitesse $\Delta\vec{v}$, et de même sens que $\Delta\vec{v}$. $\sum\overrightarrow{F_{ext}}$ est donc horizontal et orienté dans le sens du mouvement.
> Sa valeur est $\sum\overrightarrow{F_{ext}}$ avec $m = 10\,\text{t}$, $\Delta t = 0{,}5\,\text{s}$ et $\Delta v = 5{,}3\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ donc $\sum\overrightarrow{F_{ext}} = 10\times10^3\,\text{kg}\cdot\frac{5{,}3\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{0{,}5\,\text{s}} \approx 110\,000\,\text{J} = 110\,\text{kJ}$

(7 points) Partie 3 : **Étude du train lors de la première ascension**

1. (3 points) Exprimer le travail $W_{CD}(\vec{P})$ du poids sur le trajet CD en fonction de $\overrightarrow{CD}$ et $\vec{P}$ puis montrer que $W_{CD}(\vec{P}) = m\cdot g\cdot(y_C - y_D)$.

> **Solution:** $W_{CD}(\vec{P}) = \overrightarrow{CD}\cdot\vec{P}$. Or dans le repère donné, $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}x_D - x_C\\ y_D - y_C\end{pmatrix}$ et $\vec{P}\begin{pmatrix}0\\ -mg\end{pmatrix}$ donc finalement
> $W_{CD}(\vec{P}) = (x_D - x_C)\times 0 + (y_D - y_C)\times(-mg) = mg(y_C - y_D)$.

2. (2 points) Donner la valeur du travail $W_{CD}(\vec{R})$ de la force de réaction des rails lors de la première montée. Justifier.

> **Solution:** La réaction du rail $\vec{R}$ est toujours normale au déplacement donc la valeur de $W_{CD}(\vec{R})$ est nulle.

3. (2 points) Établir l'expression de l'altitude maximale $h_{max}$ que pourrait atteindre le train en l'absence de frottements puis calculer sa valeur. Commenter.

> **Solution:** Si les forces de frottement sont nulles, alors l'énergie mécanique se conserve entre les points C et D. On a alors :
> $$\Delta E_m = 0 \tag{4}$$
> et
> $$E_c(D) - E_c(C) + E_{pp}(D) - E_{pp}(C) = 0 \tag{5}$$
> Or, en D, la vitesse du train est nulle donc $E_c(D) = 0\,\text{J}$. Or, en C, l'altitude du train est à 0 donc $E_{pp}(C) = 0\,\text{J}$. Finalement on a
> $$-E_c(C) + E_{pp}(D) = 0 \tag{6}$$
> donc
> $$-\frac{1}{2}mv_{max}^2 + mgh_{max} = 0 \tag{7}$$
> et
> $$h_{max} = \frac{\frac{1}{2}mv_{max}^2}{mg} = \frac{\frac{1}{2}v_{max}^2}{g} = \frac{0.5\times(\frac{100\times10^3}{3600})^2}{9.81} \approx 39{,}3\,\text{m} \tag{8}$$
> On retrouve une valeur voisine de celle donnée par le fabricant (38 m), il existe quelques frottements que nous avons négligé ici.