

Nom:..... Prénom:..... Classe:..... Date:

Mesure du méridien terrestre		Appréciation
☰ Chapitre	👤 Classe	
CHAPITRES 3. ET 4.	1 ^{ère} ES	
🧮 Calculatrice	🕒 Durée	
Autorisée	1 h	

Eratosthène de Cyrène est un astronome, géographe, philosophe et mathématicien grec du III^e siècle av. J.-C. (né à Cyrène, v. -276 et mort à Alexandrie, Egypte, v. -194).

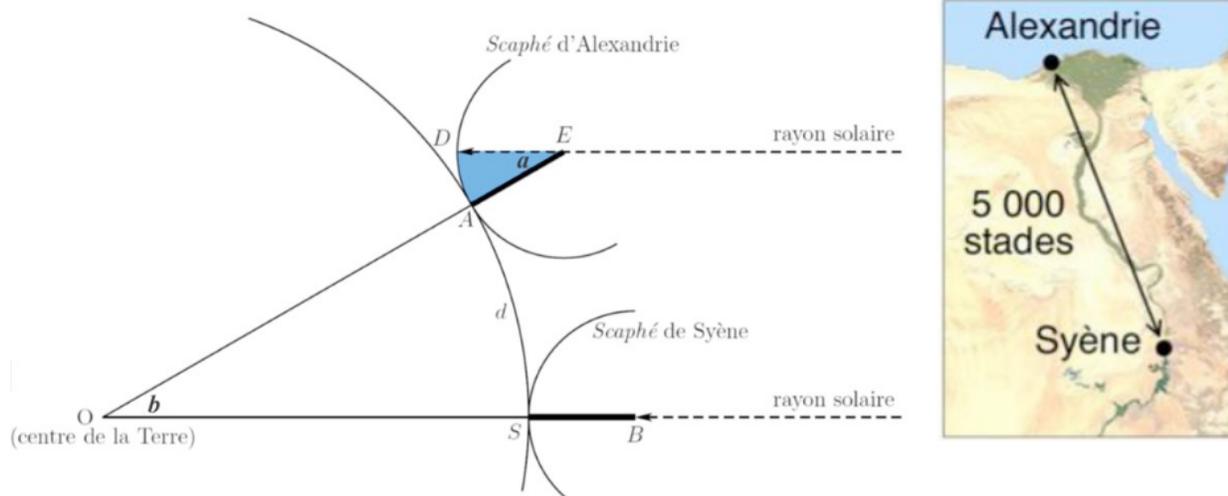
Eratosthène fut nommé à la tête de la bibliothèque d'Alexandrie vers -245 à la demande de Ptolémée III, pharaon d'Egypte, et fut précepteur de son fils Ptolémée IV. Il est célèbre pour avoir établi la première méthode connue de mesure de la circonférence de la Terre.

Document 1: Données

- Le 21 juin, à midi, à Syène (Assouan), on voit le fond des puits.
- Le 21 juin, à midi, à Alexandrie, on mesure la longueur de l'ombre d'un gnomon* de 1 m. Celle-ci vaut 0,126 m.
- La distance entre Alexandrie et Syène est estimée à 5000 stades.
- Un stade est une unité de longueur correspondant à la longueur du stade d'Olympie, soit environ 157,5 m.
- Alexandrie et Syène sont supposées être sur un même méridien.
- Le soleil étant lointain, on suppose que les rayons qu'il émet sont parallèles.

*un gnomon est un instrument astronomique qui visualise par son ombre les déplacements du Soleil. Sa forme la plus simple est un bâton planté verticalement dans le sol.

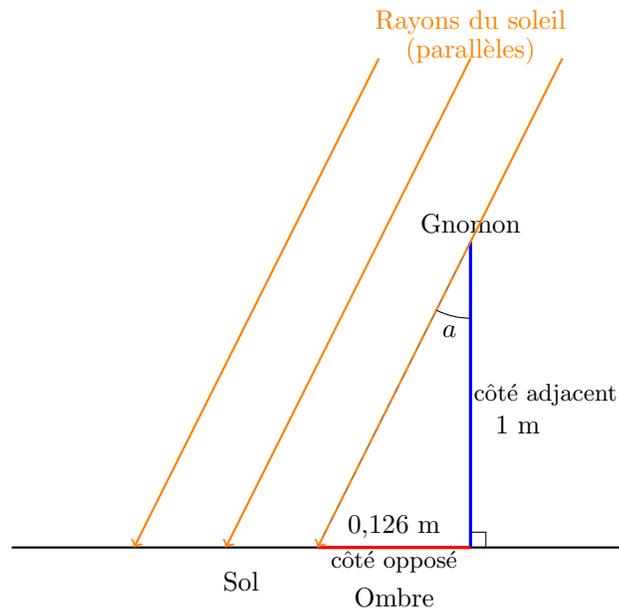
Document 2: Calcul de la circonférence de la Terre par la méthode dite d'Ératosthène



- (2 points) Proposer un schéma représentant le gnomon, son ombre et les rayons du soleil avec les longueurs données dans le document 1 (il n'est pas demandé que le schéma soit à l'échelle).

Solution: Le schéma doit montrer :

- Un gnomon vertical de 1 m
- Son ombre horizontale de 0,126 m
- Les rayons du soleil parallèles formant un angle α avec la verticale
- Un triangle rectangle formé par le gnomon, son ombre et le rayon solaire



2. (2 points) Calculer la tangente de l'angle α formé par le gnomon et le rayon de soleil, et démontrer que cet angle mesure environ $7,2^\circ$. On rappelle que, dans un triangle rectangle, la tangente d'un angle est égale au rapport du côté opposé sur le côté adjacent.

Solution: Dans le triangle rectangle formé :

$$\begin{aligned}\tan(\alpha) &= \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} \\ &= \frac{\text{longueur de l'ombre}}{\text{hauteur du gnomon}} \\ &= \frac{0.126}{1} \\ &= 0.126\end{aligned}$$

Donc : $\alpha = \arctan(0.126) = 7,2^\circ$

3. (1 point) À l'aide d'un scaphé (instrument de mesure ancien, sorte de cadran solaire), Ératosthène a trouvé que l'angle α correspondait à un cinquantième de tour. Comparer avec le résultat de la question précédente.

Solution: Un cinquantième de tour correspond à : $\frac{360^\circ}{50} = 7,2^\circ$

Ce résultat est identique à celui calculé précédemment, ce qui confirme la cohérence des mesures d'Ératosthène.

4. (1 point) Préciser la distance qui mesure 5000 stades sur la représentation de la Terre du document 2.

Solution: Sur la représentation de la Terre, la distance de 5000 stades correspond à la distance entre Alexandrie et Syène, soit l'arc de cercle terrestre entre ces deux villes. Calculons cette distance en km:

157,5 mètres	1 stade
D	5000 stades

$$D = \frac{5000 \times 157,5}{1} \quad (1)$$

$$D = 787\,500 \text{ m} \quad (2)$$

$$D = 787,5 \text{ km} \quad (3)$$

5. (2 points) Justifier que les angles a et b du document 2 ont la même mesure. En déduire la circonférence de la Terre d'abord en stade, puis en kilomètre.

Solution: Les angles a et b sont des angles correspondants formés par des droites parallèles (les rayons du soleil) coupées par une sécante. Les angles a et b sont donc alternes internes et sont donc de même valeur.

Si l'angle a représente $\frac{1}{50}$ de tour, alors la distance Alexandrie-Syène représente $\frac{1}{50}$ de la circonférence terrestre.

$$\text{Circonférence} = 50 \times 5000 = 250\,000 \text{ stades}$$

$$\text{En kilomètres : } 787,5 \text{ km} \times 157,5 = 39\,375\,000 \text{ m} = 39\,375 \text{ km}$$

6. (2 points) Grâce à des mesures par satellites, on estime aujourd'hui la circonférence de la Terre à 40075 km. Proposer au moins une source d'erreur possible pour la valeur estimée par Ératosthène.

Solution: Sources d'erreur possibles :

- Imprécision dans la mesure de la distance entre Alexandrie et Syène (estimation approximative)
- Alexandrie et Syène ne sont pas exactement sur le même méridien
- Erreur dans la conversion du stade en mètres (valeur approximative)
- Imprécision dans la mesure de l'ombre du gnomon
- La Terre n'est pas parfaitement sphérique (légèrement aplatie aux pôles)