

Nom:..... Prénom:..... Classe:..... Date:

Se repérer sur une sphère (la Terre)

✔ Objectifs	👤 Classe
<input type="checkbox"/> On repère un point à la surface de la Terre par deux coordonnées angulaires, sa latitude et sa longitude, et par son altitude par rapport à un niveau de référence. <input type="checkbox"/> Le plus court chemin entre deux points à la surface de la Terre, assimilée à une sphère parfaite, est l'arc du grand cercle qui les relie. <input type="checkbox"/> Utiliser un système d'information géographique, pour comparer les longueurs de différents chemins reliant deux points à la surface de la Terre.	1 ^{ère} ES
	🕒 Durée
	1 h

1 Représenter une sphère en 2D

- Ouvrir google maps et observer la superficie de la Finlande et du Kenya. Selon vous, quel pays est le plus étendu ?

Solution: La Finlande semble plus grande que le Kenya.

- Effectuer une recherche internet des superficies de ces deux pays. Vérifier la réponse précédente.

Solution: La superficie de la Finlande est de 338450 km². La superficie du Kenya est de 580370 km². La Finlande est donc plus petite que le Kenya.

📄 Document 1: Projection de Mercator

La Terre peut être représentée de différentes façons : globe terrestre, planisphère, image satellite... Le planisphère ou carte géographique, représente la **surface de la Terre en deux dimensions** soit « à plat ». La **projection de Mercator** est obtenu en projetant la sphère sur un **cylindre**. Les lignes verticales relient toutes le pôle Nord et le pôle Sud du globe terrestre.

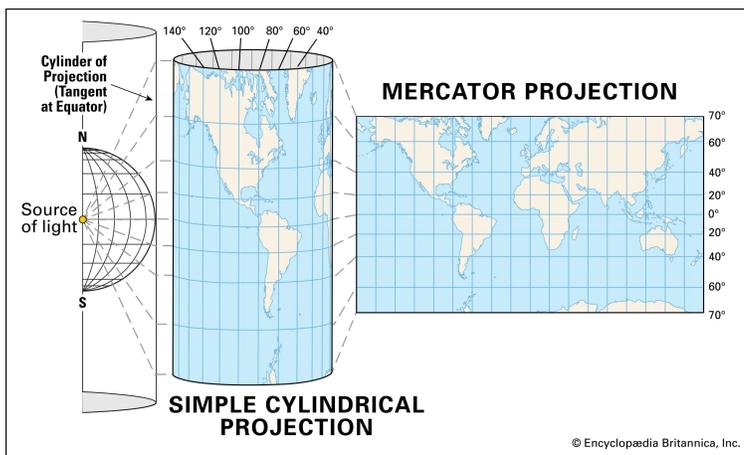


Figure 1: Projection de Mercator

- Comment expliquer la différence entre les deux résultats précédents ?

Solution: Si les surfaces à l'équateur dans la projection de Mercator sont similaires à celles de la sphère, celles aux pôles sont exagérées dans la projection de Mercator: en effet, toutes les lignes verticales (méridiens) devraient se rejoindre aux pôles ce qui n'est pas le cas.

2 Longueurs d'un arc de méridien

Document 2: Géométrie sphérique

En **géométrie sphérique**, les coordonnées géographiques sont des **angles**. N'importe quel point de la surface de la Terre peut être repéré par sa **latitude** φ et sa **longitude** λ , exprimées en degré. Tous les points de même longitude λ sont situés sur un **méridien**. Tous les points de même latitude φ sont sur un cercle parallèle à l'équateur, appelé **parallèle**.

La longitude est mesurée à partir d'un méridien de référence qui se nomme **méridien de Greenwich** alors que la latitude est mesurée à partir d'un parallèle de référence qui s'appelle l'**équateur**.

Lorsqu'on donne les coordonnées d'un point, on écrit le couple $(\varphi; \lambda)$ soit la latitude puis la longitude.

Remarque: En géographie ou en astronomie, les méridiens n'ont pas la même définition. En astronomie, le méridien correspond à un tour entier de la planète. En géographie, il ne correspond qu'à la moitié de ce tour (pôle à pôle).

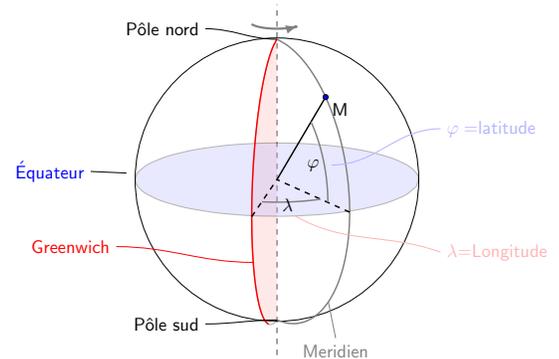


Figure 2: Coordonnées sphériques

- Repérer dans Google Maps les coordonnées géographiques de Tokyo et d'Adélaïde en Australie. Pour cela, sélectionner dans google maps un point dans ces villes et lire les coordonnées affichées dans la barre de recherche.

Solution: Pour Tokyo, les coordonnées sont: $(35,7^\circ, 139,8^\circ)$.

Pour Adélaïde, les coordonnées sont: $(-34,9^\circ, 138,6^\circ)$.

- Montrer que les deux villes sont sur le même méridien (à 2° près).

Solution: Si deux points sont sur le même méridien, alors ils ont la même longitude λ ce qui est le cas pour Tokyo et Adélaïde: $\lambda \approx 139^\circ$.

- Pourquoi a-t-on un signe moins dans la valeur de la latitude d'Adélaïde ?

Solution: Le moins correspond au fait qu'Adélaïde se situe dans l'hémisphère sud.

Lorsque deux points sont sur un même méridien, calculer la longueur L du chemin qui les relie en suivant ce méridien revient à calculer la longueur d'un arc de cercle. On utilise la propriété suivante : la longueur d'un arc de cercle est proportionnelle à l'angle qui l'intercepte.

7. Calculer l'angle α qui intercepte l'arc de cercle.

Solution: On a un angle $\alpha = \varphi(\text{Tokyo}) - \varphi(\text{Adélaïde}) = 35,7^\circ - (-34,9^\circ) = 70,6^\circ$

8. Connaissant la circonférence $\ell_M = 20038\text{km}$ du méridien, calculer la longueur ℓ qui sépare les deux villes.

Solution:

$$\frac{\alpha = 70,6^\circ}{180^\circ} = \frac{\ell}{\ell_M = 20038\text{km}}$$

Comme α et ℓ sont proportionnelles alors $\ell = \frac{70,6^\circ \times 20038\text{km}}{180^\circ} = 7859\text{km}$.

9. Vérifier votre calcul à l'aide de Google Maps. Méthode: Sélectionner un point sur une des villes puis dérouler le menu du bas et sélectionner "Mesurer une distance". Sélectionner un point de nouveau sur l'autre ville.

Solution: On mesure à l'aide de google maps 7851 km ce qui correspond à notre calcul approximativement.

3 Plus court chemin

Document 3: Plus court chemin reliant deux points d'une sphère

Le **plus court chemin** entre deux points à la surface de la Terre, assimilée à une sphère parfaite, est l'**arc du grand cercle qui les relie**.

Un **grand cercle** est un cercle sur la sphère terrestre ayant le **même centre** qu'elle (par exemple l'équateur).

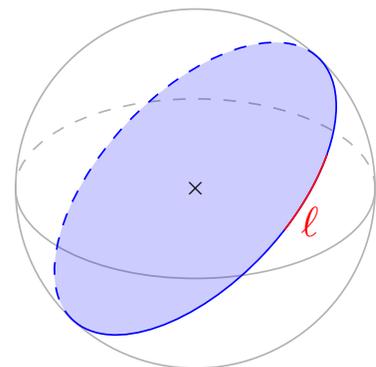


Figure 3: Grand cercle

10. Calculer la plus courte distance entre Santiago du Chili et New-York aux États-Unis. Expliquer votre démarche.

Solution: On émet l'hypothèse que Santiago du Chili et New-York sont sur le même méridien. Le grand-cercle passant par ces deux villes est donc le méridien et nous pouvons donc utiliser la stratégie des questions précédentes.

On relève leur coordonnées sphériques:

- Santiago: $(-33,4^\circ, -70,7^\circ)$
- New-York: $(40,8^\circ, -73,9^\circ)$

On calcule $\alpha = \varphi(\text{New-York}) - \varphi(\text{Santiago}) = 40,8^\circ - (-33,4^\circ) = 74,2^\circ$

$$\frac{\alpha = 74,2^\circ}{180^\circ} = \frac{\ell}{\ell_M = 20038 \text{ km}}$$

Comme α et ℓ sont proportionnelles alors $\ell = \frac{74,2^\circ \times 20038 \text{ km}}{180^\circ} = 8260 \text{ km}$.

Avec Google maps on mesure 8263 km validant notre démarche.