

Nom:..... Prénom:..... Classe:..... Date:

Mesure du rayon de la Terre par Ératosthène

✔ Objectifs

- ☐ Historiquement, des méthodes géométriques ont permis de calculer la longueur d'un méridien à partir de mesures d'angles ou de longueurs : méthode d'Ératosthène et principe de triangulation plane de Delambre et Méchain.
- ☐ Calculer la longueur du méridien terrestre par la méthode d'Ératosthène.

👤 Classe

1^{ère} ES

🕒 Durée

1 h

Au III^{ème} siècle avant J.-C., la majorité des savants de l'Antiquité pensaient déjà que la Terre était sphérique. Dans cette hypothèse, l'astronome et mathématicien grec Ératosthène propose une méthode géométrique pour estimer le rayon de la Terre.

Comment Ératosthène a-t-il calculé le rayon de la Terre ?

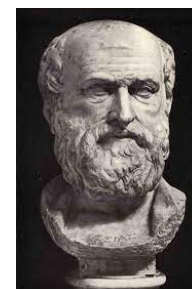


Figure 1: Buste d'Ératosthène

📄 Document 1: Les observations d'Ératosthène (276-194 avant J.-C.)

Ératosthène sait qu'à Syène (aujourd'hui Assouan en Égypte), à midi le jour du solstice d'été, les rayons solaires tombent verticalement par rapport au sol, de telle façon qu'ils éclairent le fond d'un puits. Au même moment à Alexandrie, ville située plus au nord et à la même longitude, le Soleil n'est déjà plus au zénith puisque les objets projettent des ombres. En mesurant la longueur de l'ombre d'un gnomon (un bâton planté verticalement qui permet d'observer l'ombre qui se déplace au cours de la journée et peut donc servir d'horloge), Ératosthène trouve un angle de 1/50^{ème} de cercle entre les rayons du soleil et la verticale du lieu (Alexandrie).

Ératosthène a fait aussi l'hypothèse que, le Soleil étant très éloigné de la Terre, ses rayons arrivent sur la Terre quasiment parallèles entre eux.

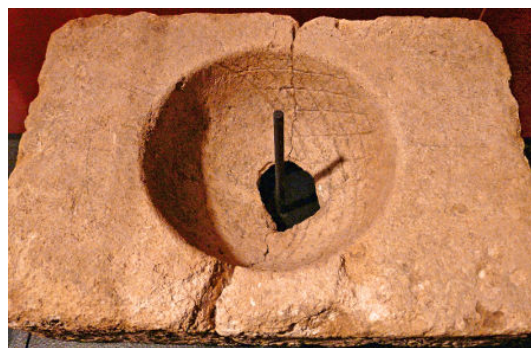


Figure 2: Exemple de gnomon à bâton (Source: © 2010 Hartmann Linge sur wikimedia)

Document 2: Carte de l'Égypte

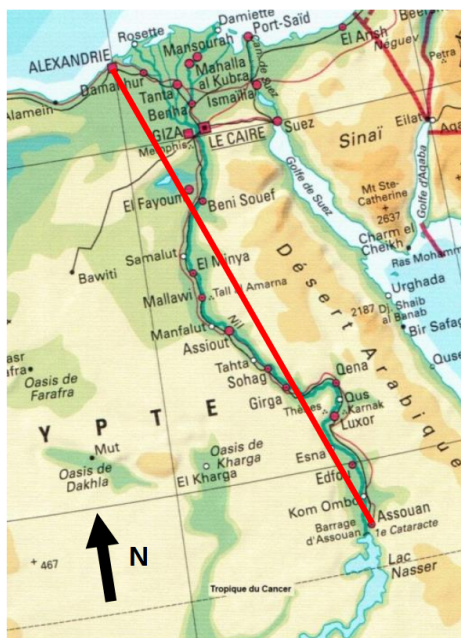


Figure 3: Ligne reliant Syène (Assouan aujourd'hui) à Alexandrie

Document 3: Géométrie du problème

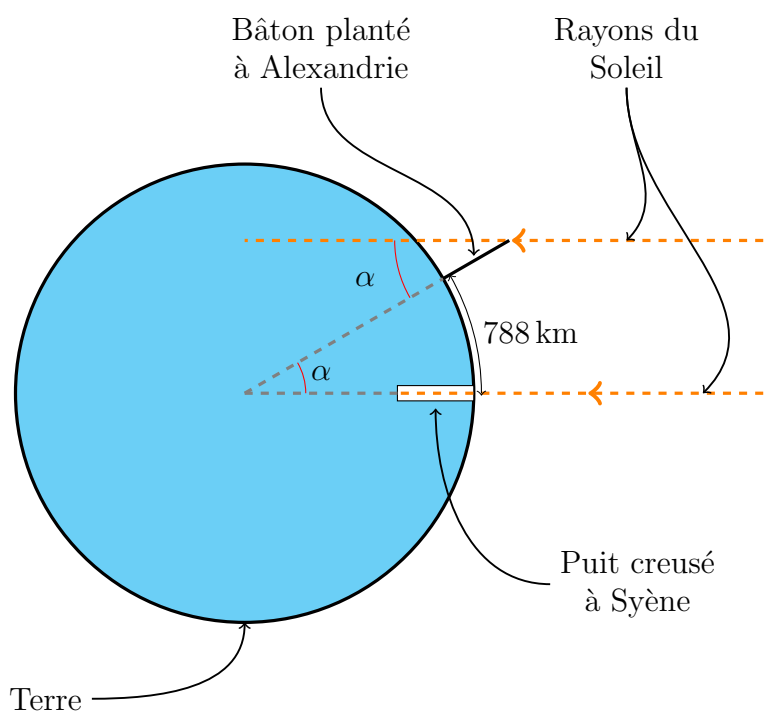


Figure 4: Géométrie du problème

Document 4: Distance Syène-Alexandrie

La légende raconte qu'Ératosthène a déterminé la distance Syène-Alexandrie en comptant les pas réguliers de dromadaires : les dromadaires partant de Syène mettaient 50 jours pour arriver à Alexandrie, en parcourant 100 stades égyptiens par jour.

La longueur d'un stade égyptien (unité de distance en usage à l'époque d'Ératosthène) est de 157,5 m.



Figure 5: Un dromadaire

Document 5: Point mathématique

Si deux droites parallèles (d) et (d') sont coupées par une sécante (d''), alors elles forment des angles alternes-internes de même mesure (α).

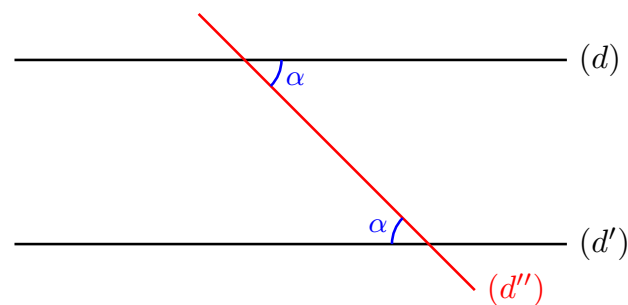


Figure 6: Angles alternes internes

1. Citer les deux hypothèses formulées par Ératosthène pour mener son raisonnement.

Solution: Les hypothèses émises par Ératosthène sont:

- Les rayons du Soleil arrivent sur Terre parallèlement;
- Syène et Alexandrie se trouvent sur la même longitude.

2. Tracer les rayons issus du Soleil et passant par le puit et la pointe du bâton planté à Alexandrie.
3. L'angle entre le bâton et un rayon de soleil est noté α . Placer α sur le dessin du doc. 3.
4. Déterminer la valeur en km de la distance entre Syène et Alexandrie. La placer sur le schéma.

Solution: Les dromadaires partant de Syène mettaient 50 jours pour arriver à Alexandrie, en parcourant 100 stades égyptiens par jour. Ils parcouraient donc une distance totale $d = 100 \times 50 = 5000$ stades.

Or 1 stades = 157,5 m donc $d = 5000 \text{ stades} = 5000 \text{ stades} \times 157,5 \text{ m/stade} = 787\,500 \text{ m} \approx 788 \text{ km}$.

5. En déduire la valeur de la circonférence de la Terre puis celle de son rayon R , d'après l'observation d'Ératosthène.

Solution:

$\alpha = 1/50 \times 360 = 7,2^\circ$	788 km
360°	C

La circonférence de la Terre est donc $C = \frac{360^\circ \times 788 \text{ km}}{7,2^\circ} = 39\,400 \text{ km}$.

Or $C = 2\pi R \iff R = \frac{C}{2\pi} = \frac{39\,400 \text{ km}}{2\pi} = 6271 \text{ km}$.

6. Rédiger un commentaire succinct, mettant en évidence la précision relative des mesures effectuées à l'époque (doc. 3 et doc. 4). D'après les mesures actuelles, le rayon de la Terre vaut $R_T = 6371 \text{ km}$.

Solution: La valeur du rayon trouvée précédemment est proche des mesures actuelles (1,6% d'erreur) ce qui est extraordinaire pour l'époque.

7. Le doc. 1 cite "Au même moment à Alexandrie, ville située plus au nord et à la même longitude". Vérifier l'exactitude de cette information à l'aide du doc. 2.

Solution: D'après la carte du document, Alexandrie et Syène ne sont pas sur la même longitude (trait fin gris), ce qui peut expliquer qu'Ératosthène n'ait pas pu mesurer exactement la valeur de la circonférence de la Terre.