Nom:..... Prénom:..... Classe:..... Date: .....

Masse volumique d'un cristal

Objectifs	Classe
☐ Le chlorure de sodium solide (présent dans les roches, ou issu de l'évaporation de l'eau de mer) est constitué d'un empilement régulier d'ions : c'est l'état cristallin. Plus généralement, la structure microscopique d'un cristal conditionne certaines de ses propriétés macroscopiques, notamment la masse volumique. ☐ Utiliser une représentation en trois dimensions (3D) informatisée du cristal de chlorure de sodium. ☐ Relier l'organisation de la maille au niveau microscopique à la structure du cristal au niveau macroscopique.	$1^{ère}$ ES **Durée** 1 h

Le but ce cette activité est de déterminer la masse volumique des cristaux de sel. Pour cela, il faut compter le nombre d'atomes dans la maille de chlorure de sodium.

Document 1: Rappels: De la roche à la maille

Lorsque les constituants d'un solide, comme une roche, sont assemblés de façon régulière au niveau microscopique, on dit qu'il est à l'**état cristallin**. Un motif qui se répète est une **maille** du cristal.

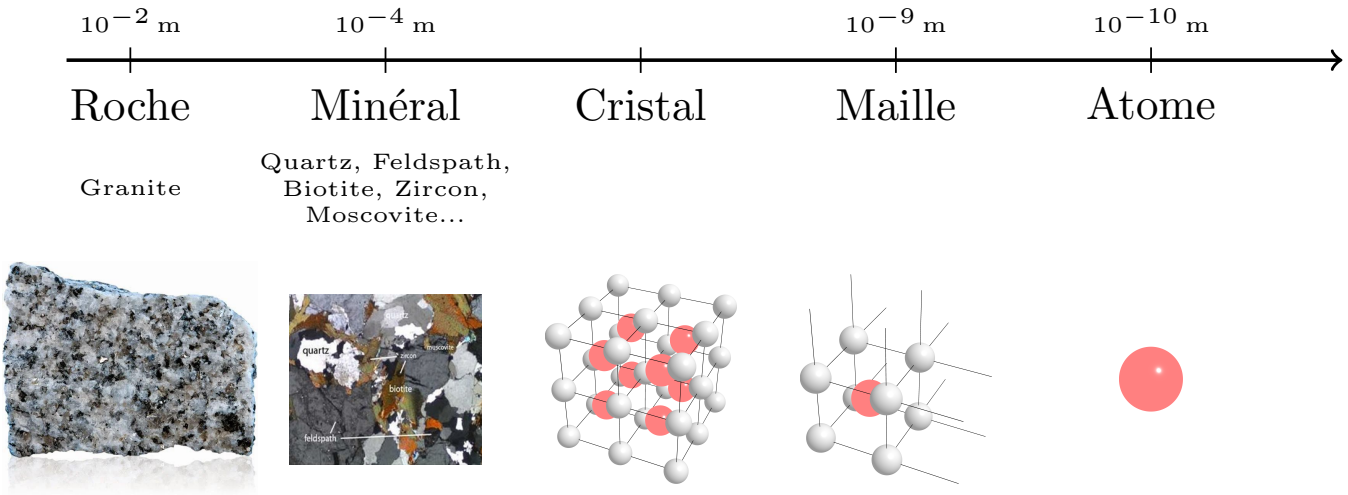


Figure 1: De la roche à la maille cristalline

Visualisation de la maille de chlorure de sodium

Le logiciel Minusc permet de visualiser la maille du chlorure de sodium en 3D. Il est disponible en cliquant sur le lien ci-contre.

- ☐ Dans l'onglet « Fichier », rechercher le fichier « halite » (qui est un autre nom du chlorure de sodium solide) et l'ouvrir.
- ☐ Activer les axes et afficher les liaisons en « fil de fer ».

https://libmol.org/minusc/

Document 2: Nombre d'atomes dans une maille

Il faut se rendre compte que les atomes (ou ici les ions) situés sur les bords d'une maille sont partagés avec les mailles voisines.

- Sur une face, un atome est partagé entre 2 mailles. Il compte donc pour $1/2$ atome.
- Sur une arrête, un atome est partagé entre 4 mailles. Il compte donc pour $1/4$ d'atome.
- Sur un sommet, un atome est partagé entre 8 mailles. Il compte donc pour $1/8$ d'atome.

1. Comptons le nombre d'atomes dans la maille. Pour cela, remplir le tableau ci-dessous.

	Nombre de Na^+ affichés	**Nombre de $C\ell^-$ affichés**	**Nombre de Na^+ dans la maille**	**Nombre de $C\ell^-$ dans la maille**
à l'intérieur de la maille	0	1	0	1
sur les faces	6	0	3	0
sur les arêtes	0	12	0	3
sur les sommets	8	0	1	0

Table 1: Répartition des ions Na^+ et Cl^- dans la maille.

2. Conclure sur le nombre d'ions sodium et chlore présents dans une maille.

Solution: Il y a donc 4 ions sodium et 4 ions chlorure au total dans la maille.

3. Rappeler la formule de la masse volumique.

Solution: La masse volumique est le rapport entre la masse et le volume du solide:

$$\rho = \frac{m}{V} \tag{1}$$

4. Calculer la masse de la maille de chlorure de sodium sachant que la masse des ions est la suivante: $m_{Na^+} = 3{,}82 \times 10^{-26}\,\text{kg}$ et $m_{C\ell^-} = 5{,}89 \times 10^{-26}\,\text{kg}$.

Solution:

$$m_{NaC\ell} = 4 \times m_{Na^+} + 4 \times m_{C\ell^-} = 4 \times 3{,}82 \times 10^{-26}\,\text{kg} + 4 \times 5{,}89 \times 10^{-26}\,\text{kg} = 3{,}88 \times 10^{-25}\,\text{kg} \tag{2}$$

5. Sachant que la maille de chlorure mesure $a = 556\,\text{pm}$ de côté, calculer le volume de cette dernière. L'exprimer en m^3.

Solution:

$$V_{\mathrm{NaC}\ell} = a^3 = (556\,\mathrm{pm})^3 = (556\times10^{-12}\,\mathrm{m})^3 = 1{,}72\times10^{-28}\,\mathrm{m}^3 \tag{3}$$

6. En déduire la masse volumique du chlorure de sodium.

Solution:

$$\rho_{\mathrm{NaC}\ell} = \frac{m_{\mathrm{NaC}\ell}}{V_{\mathrm{NaC}\ell}} = \frac{3{,}88\times10^{-25}\,\mathrm{kg}}{1{,}72\times10^{-28}\,\mathrm{m}^3} = 2{,}26\times10^{3}\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}} \tag{4}$$

BILAN

Pour calculer la masse volumique d'un cristal, il faut:

- Compter le nombre d'atomes appartenant à la maille (⚠Attention, les atomes sont partagés avec d'autres mailles sur les faces, les arêtes et les sommets !);
- En déduire la masse d'une maille;
- Calculer le volume de la maille en fonction de sa géométrie (⚠celle-ci n'est pas toujours cubique !);
- Appliquer la formule $\rho = \frac{m}{V}$.

7. Calculer la masse volumique du polonium, sachant que la masse d'un atome de polonium est $m_{\mathrm{Po}} = 3{,}47\times10^{-25}\,\mathrm{kg}$, que le rayon d'un atome de polonium est $r_{\mathrm{Po}} = 168\,\mathrm{pm}$ et que les atomes de polonium peuvent être modélisés par des sphères dures qui sont en contact les unes des autres. On pourra observer la maille de polonium sur l'application précédente.

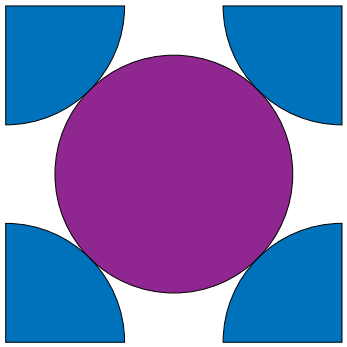
Solution: Calcul de la masse de Polonium:
Le polonium a une maille cubique: elle est donc composée de 8 atomes de Po qui sont situés dans les sommets de la maille. Il y a donc seulement 8/8=1 atome de polonium dans une maille.
$m = m_{\mathrm{Po}}$

Calcul du volume de Polonium:
Le côté du cube(appelé paramètre de la maille) a pour taille $a = 2r$ puisque les atomes sont en contact.
Le volume est donc:
$V = a^3 = (2r)^3$

Calcul de la masse volumique du Polonium:

$$\rho_{\mathrm{Po}} = \frac{m}{V} = \frac{m_{\mathrm{Po}}}{(2r)^3} = \frac{3{,}47\times10^{-25}\,\mathrm{kg}}{(2\times168\times10^{-12}\,\mathrm{m})^3} = 9{,}15\times10^{3}\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$$

8.



Calculer le rayon d'un atome d'argent sachant que la masse volumique de l'argent est $\rho_{Ag} = 10490\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ et la masse d'un atome d'argent est $m_{Ag} = 1{,}8\times10^{-25}\,\text{kg}$. On pourra observer la maille d'argent sur l'application précédente. Répondre préalablement à la question suivante: à quel endroit de la maille se touchent les atomes ? Appliquer le théorème de Pythagore pour exprimer le rayon de l'atome en fonction du paramètre a de la maille.

Solution: Les atomes d'argent se touchent dans la diagonale d'une face. Calculons à l'aide du théorème de Pythagore la longueur de la diagonale d:
$d^2 = a^2 + a^2$ donc $d^2 = 2a^2$ et $d = a\sqrt{2}$.

Or, si les atomes se touchent en diagonale, $d = 4r$ donc finalement $4r = a\sqrt{2}$ et $r = a\frac{\sqrt{2}}{4}$.

Calcul de la masse d'argent:
L'argent a une maille cubique face centrée: elle est donc composée de 8 atomes d'Ag qui sont situés dans les sommets de la maille et 6 atomes centrés sur les face de la maille. Il y a donc seulement 8/8 + 6/2 =4 atomes d'argent dans une maille.
$m = 4\times m_{Ag}$

Calcul du volume de la maille du cristal d'argent
Le côté du cube a pour taille a. Le volume est donc:
$V = a^3 = (\frac{4}{\sqrt{2}}r)^3$

Calcul du rayon de l'atome d'argent:

$$\begin{aligned}
\rho = \frac{m}{V} &\iff V = \frac{m}{\rho}\\
&\iff V = \frac{4\times m_{Ag}}{\rho}\\
&\iff \left(\frac{4}{\sqrt{2}}r\right)^3 = \frac{4\times m_{Ag}}{\rho}\\
&\iff \frac{4}{\sqrt{2}}r = \left(\frac{4\times m_{Ag}}{\rho}\right)^{1/3}\\
&\iff r = \frac{\sqrt{2}}{4}\left(\frac{4\times m_{Ag}}{\rho}\right)^{1/3}\\
&\iff r = \frac{\sqrt{2}}{4}\left(\frac{4\times 1{,}8\times10^{-25}\,\text{kg}}{10490\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}}\right)^{1/3}\\
&\iff r = 1{,}45\times10^{-10}\,\text{m}\\
&\iff \boxed{r = 145\,\text{pm}}
\end{aligned}$$